

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Інститут енергозбереження та енергоменеджменту

## **ГІДРАВЛІКА ТА ГІДРОПРИВОД**

### **КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2017

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Інститут енергозбереження та енергоменеджменту

## **ГІДРАВЛІКА ТА ГІДРОПРИВОД**

### **КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

для студентів спеціальності  
141 – Електроенергетика, електротехніка, електромеханіка  
(спеціалізація «Інжиніринг автоматизованих електротехнічних  
комплексів»)

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2017

Гідравліка та гідропривод: конспект лекцій / Уклад.: А.В. Ворфоломєєв.  
– К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. – 178 с.

*Гриф надано Вченою радою ІЕЕ КПІ ім. Ігоря Сікорського*

*(Протокол № 2 від 25 вересня 2017 року)*

Навчальне видання

Гідравліка та гідропривод

Конспект лекцій

для студентів спеціальності

141 – Електроенергетика, електротехніка, електромеханіка  
(спеціалізація «Інжиніринг автоматизованих електротехнічних  
комплексів»)

Електронне видання

Укладач: *Ворфоломєєв Андрій Вікторович,*  
канд. техн. наук

Відповідальний  
редактор: *Терентьєв Олег Маркович,*  
д-р. техн. наук, проф.

Рецензент: *Ткачук К.К.,*  
д-р. техн. наук, проф.

Комп'ютерний  
набір: *Ворфоломєєв Андрій Вікторович,*  
канд. техн. наук

## ЗМІСТ

|                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------|----|
| ВСТУП.....                                                                 | 7  |
| Лекція №1 .....                                                            | 8  |
| Історія розвитку предмету.....                                             | 8  |
| Основні властивості рідини .....                                           | 10 |
| Сили, що діють в рідині.....                                               | 18 |
| Запитання для самоконтролю .....                                           | 18 |
| Лекція №2.....                                                             | 19 |
| Тиск у точці рідини у стані спокою, його властивості.....                  | 19 |
| Диференційні рівняння рівноваги рідини.....                                | 23 |
| Основне рівняння гідростатики .....                                        | 25 |
| Манометричний тиск і вакуум.....                                           | 27 |
| Закон сполучених посудин.....                                              | 28 |
| Закон Паскаля .....                                                        | 29 |
| Сила тиску рідини на плоску стінку. Центр тиску .....                      | 31 |
| Сила тиску рідини на криволінійну стінку. Тіло тиску .....                 | 33 |
| Сила Архімеда .....                                                        | 36 |
| Способи опису руху рідини .....                                            | 38 |
| Види руху .....                                                            | 41 |
| Гідравлічні елементи потоку.....                                           | 43 |
| Рівняння нерозривності потоку .....                                        | 47 |
| Запитання для самоконтролю .....                                           | 50 |
| Лекція №3 .....                                                            | 51 |
| Диференціальні рівняння руху та балансу енергії для нев'язкої рідини ..... | 51 |
| Рівняння Бернуллі для елементарного струменю нев'язкої рідини ....         | 55 |
| Енергетичний і гідравлічний зміст рівняння Бернуллі .....                  | 56 |
| Рівняння Бернуллі для елементарного струменю в'язкої рідини .....          | 59 |
| Використання рівнянь Бернуллі для розв'язку задач.....                     | 62 |
| Потужність потоку .....                                                    | 64 |
| Гідравлічне рівняння кількості руху (рівняння імпульсів).....              | 64 |

|                                                                   |     |
|-------------------------------------------------------------------|-----|
| Запитання для самоконтролю .....                                  | 67  |
| Лекція №4 .....                                                   | 68  |
| Досліди Рейнольдса .....                                          | 68  |
| Ламінарний режим руху та його закономірності .....                | 70  |
| Турбулентний режим руху рідини і його закономірності .....        | 80  |
| Місцеві гідравлічні опори .....                                   | 86  |
| Запитання для самоконтролю .....                                  | 87  |
| Лекція №5 .....                                                   | 88  |
| Простий трубопровід, узагальнені параметри .....                  | 88  |
| Напірні характеристики трубопроводів .....                        | 90  |
| Основи техніко-економічного розрахунку простих трубопроводів .... | 96  |
| Послідовне з'єднання трубопроводів .....                          | 98  |
| Паралельне з'єднання трубопроводів .....                          | 100 |
| Гідравлічний удар в трубопроводі .....                            | 101 |
| Запитання для самоконтролю .....                                  | 105 |
| Лекція №6 .....                                                   | 107 |
| Загальні відомості про гідропривод, його елементи .....           | 107 |
| Класифікація гідромашин і гідропередач .....                      | 110 |
| Робоча рідина .....                                               | 111 |
| Об'ємні насоси і гідродвигуни .....                               | 116 |
| Основні технічні показники насосів .....                          | 117 |
| Поршневі насоси .....                                             | 119 |
| Гідроциліндри і поворотні гідродвигуни .....                      | 125 |
| Запитання для самоконтролю .....                                  | 127 |
| Лекція №7 .....                                                   | 128 |
| Роторні насоси .....                                              | 128 |
| Радіально-поршневі насоси .....                                   | 129 |
| Аксіально-поршневі насоси .....                                   | 131 |
| Пластинчаті насоси .....                                          | 132 |
| Шестеренні насоси .....                                           | 134 |
| Гідромотори .....                                                 | 137 |
| Основні технічні показники характеристики гідромоторів .....      | 138 |

|                                                 |     |
|-------------------------------------------------|-----|
| Запитання для самоконтролю .....                | 139 |
| Лекція №8.....                                  | 140 |
| Класифікація гідроапаратів .....                | 140 |
| Направляюча апаратура.....                      | 142 |
| Регулятори тиску .....                          | 148 |
| Пристрої керування витратою .....               | 153 |
| Допоміжні пристрої та гідролінії.....           | 157 |
| Запитання для самоконтролю .....                | 162 |
| Лекція №9.....                                  | 164 |
| Системи циркуляції робочої рідини.....          | 164 |
| Керування гідроприводом і його регулювання..... | 165 |
| Дросельне регулювання.....                      | 167 |
| Об'ємне регулювання .....                       | 173 |
| Запитання для самоконтролю .....                | 177 |
| СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....                          | 178 |

## **ВСТУП**

Метою дисципліни «Гідравліка та гідропривод» є формування у студентів на основі вивчення основ теорії гідравліки та гідроприводу вмінь розраховувати основні технічні показники гідроприводів, вибирати типи елементів гідроприводів, проектувати та вдосконалювати системи гідро- та пневмоприводів.

**Завданнями вивчення дисципліни** є освоєння студентами системи знань та умінь:

- **знання:**

- із фізичних властивостей рідини;
- із використання рівнянь гідростатики для рідин та газів;
- зі способів опису руху рідини;
- із теорії гідроприводу;

- **вміння:**

- розраховувати основні технічні показники гідроприводів;
- вибирати типи елементів гідроприводів;
- проектувати та вдосконалювати системи гідро- та пневмоприводів для гірничого обладнання роботизованих комплексів, транспортних систем підйомного обладнання, будівельно-дорожньої техніки тощо;

- **мати досвід:**

- визначення параметрів потоку робочої рідини;
- експлуатації гідравлічних систем та гідроприводів різного призначення.

## Лекція №1

**Тема:** Вступ до предмету, загальні відомості про рідину.

***Зміст лекції.** Історія розвитку предмету. Основні фізичні властивості рідини: густина, відносна густина, стисливість, модуль пружності, кінематична та динамічна в'язкості; пристрої та методи визначення фізичних властивостей, класифікація сил діючих в рідині.*

***На СРС:** пристрої та методи визначення фізичних властивостей.*

### Історія розвитку предмету

У розвитку гідромеханіки можна виділити декілька характерних етапів: стародавній, період середньовіччя, відродження, перша технічна революція, сучасний етап. Уже у стародавньому світі (Греція, Єгипет, Ассирія, Китай) було накопичено багато спостережень та винайдено пристрої, пов'язані з гідравлікою (водопідйомні колеса, канали, акведуки). Окремі спостереження були викладені у працях давньогрецького філософа Арістотеля (IV ст. до н. е.). Частину законів гідростатики сформулював великий математик та механік Стародавньої Греції Архімед. Йому належить одна із перших праць, які відносяться до гідравліки, трактат «Про плаваючі тіла» (250 р. до н.е.).

Наступні роботи з гідравліки з'явилися в XVI-XVII ст. Великий вклад у розвиток основ гідромеханіки зроблено Леонардо да Вінчі (1452-1519 р.р.), Сімоном Стевіним (1548-1620 р.р.), Галілео Галілеєм (1564-1642 р.р.), Блезом Паскалем (1623-1662 р.р.), Ісааком Ньютоном (1642-1727 р.р.). Останній, наприклад, у своїх «Математичних началах натуральної філософії» встановив квадратичний закон залежності опору рухові від швидкості.



Початок теоретичної гідромеханіки було покладено у XVIII столітті працями академіків Петербурзької академії наук Михайла Ломоносова (1711-1765 р.р.), Леонарда Ейлера (1707-1783 р.р.), Данііла Бернуллі (1700-1782 р.р.). М. В. Ломоносов відкрив закон збереження маси, який є фізичною основою рівнянь руху рідини. Л. Ейлером виведено рівняння рівноваги і руху рідин та газів, отримано деякі їх інтеграли та сформульовано закон збереження маси щодо рідини. Л. Ейлер вивів основне рівняння лопатевих гідромашин, дослідив питання руху стосовно практичних задач суднобудування та конструювання гідравлічних машин. Д. Бернуллі вперше увів термін «Гідромеханіка». Він встановив залежність між питомими енергіями при русі рідини, дослідив тиск струменя рідини на пластину. Подією в історії розвитку фізичних наук стало видання у 1738 році його книги «Гідродинаміка».

Подальший етап розвитку гідромеханіки, що об'єднав кінець XVIII і початок XIX століть, характерний математичною розробкою гідродинаміки ідеальної рідини. У цей період вийшли праці математиків Лагранжа (1736-1813 р.р.) та Коші (1789-1857 р.р.), присвячені потенціальним потокам, теорії хвиль та ін. Основи теорії в'язкої рідини були закладені Нав'є (1785-1836 р.р.) та Стоксом (1819-1903 р.р.). Англійський фізик О. Рейнольдс (1842-1912 р.р.) у своїх дослідках встановив режими руху рідини та закон подібності потоків у в трубах. Значний внесок у розвиток гідравліки становлять експериментальні роботи Піто, Шезі, Пуазейля, Дарсі, Вейсбаха.

І. С. Громеко (1851-1889 р.р.) дав нову форму рівнянь руху рідини, зручну для отримання енергетичних залежностей. Ним же були вперше проведені дослідження нестационарного руху рідини в капілярах. І. Пулюй (1845-1918 р.р.) досліджував температурну залежності в'язкості газів. М.Є. Жуковський (1847-1921 р.р.) створив теорії гідроудару, повітряного

крила та гвинта. Д.І. Менделєєв (1834-1907 р.р.) розробив положення про механізм опору руху тіла в рідині та про граничний шар.

Сучасний етап розвитку гідромеханіки характеризується появою її нових розділів: фізико-хімічної гідромеханіки, електромагнітної гідромеханіки, пов'язаних з багатьма новими галузями техніки. Механіка рідини у багатьох випадках важко піддається математичному опису. Ця проблема вирішується за допомогою числових методів з використанням комп'ютерів. Сучасний розділ дисципліни, що отримав назву обчислювальної гідродинаміки (Computational fluid dynamics — CFD), присвячений вирішенню задач механіки рідини. Розвивають також технології візуалізації характеру протікання рідини математичного моделювання та експериментальні методи візуалізації та аналізу потоку рідини.

## **Основні властивості рідини**

### **Поняття рідини**

**Гідромеханіка** – розділ механіки, в якому вивчається рух і рівновага *практично нестисливих* рідин та взаємодія їх з твердими тілами (або стінками), що омиваються (змочуються) нею. Під терміном гідромеханіка іноді розуміють гідроаеромеханіку в цілому.

**Гідравліка** – це прикладна наука, яка вивчає закони рівноваги та руху рідини, а також способи застосування цих законів до вирішення інженерних задач.

Об'єктом вивчення гідроаеромеханіки є рідина.

**Рідина** – це матеріальне середовище (речовина), яка володіє властивістю текучості, тобто властивістю необмежено деформуватись під дією прикладених сил.

У залежності від механічних властивостей рідини розділяються на дві групи:

- краплинні, які майже не стисливі (вода, мінеральні масла, ртуть);
- газоподібні (повітря, гази).

В англійській мові для опису рідин використовуються 3 слова: *fluid* – рідина, *liquid* – краплинна рідина, *gas* – газоподібна рідина.

Стисливість газоподібних рідин пояснюється більшими відстанями між молекулами і меншими міжмолекулярними силами. Газоподібні рідини не мають вільної поверхні, тобто поверхні розділу між рідким і газоподібним середовищем.

Для спрощення виводу закономірностей у гідравліці використовують ряд гіпотез і припущень. Однією з них є гіпотеза про суцільність середовища. Таким чином абстрагуючись від молекулярної будови, рідина розглядається як матеріальний континуум, тобто матеріальне середовище, маса якого нерозривно розподілена по об'єму. Така ідеалізація спрощує реальну дискретну систему і дозволяє використовувати для її опису добре розвинений математичний апарат числення нескінченно малих величин та теорію нерозривних функцій.

### Основні фізичні властивості рідини

До основних фізичних властивостей рідини відносяться густина, стисливість, в'язкість тощо.

**Густина** – маса однорідної речовини одиничного об'єму,  $\text{кг/м}^3$ .

$$\rho = m/V$$

Також застосовується така величина як **відносна густина** – безрозмірне відношення густини речовини, що розглядається, до густини стандартної речовини в певних фізичних умовах, в.о.:

$$\delta = \rho/\rho_{\text{ст}}$$

За стандартні речовини для твердих тіл і краплинних рідин приймають дистильовану воду з густиною  $1000 \text{ кг/м}^3$  при температурі  $277 \text{ К}$  ( $4 \text{ }^\circ\text{C}$ ) і тиску  $101,3 \text{ кПа}$  ( $760 \text{ мм рт. ст.}$ ); для газоподібних рідин – атмосферне повітря густиною  $1,2 \text{ кг/м}^3$  при температурі  $293 \text{ К}$  ( $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ), тиску  $101,3 \text{ кПа}$  і відносній вологості  $50 \%$  (стандартні умови).

**Стисливість** – властивість рідини змінювати свою густину при зміні тиску і (або) температури.

Густина краплинних рідин при температурі і тиску, відмінних від початкових, визначається з виразу:

$$\rho = \rho_0(1 - \beta_t \Delta t + \beta_p \Delta p)$$

де  $\rho_0$  – густина рідини при початкових температурі і тиску,  $\text{кг/м}^3$ ;

$\Delta t$  і  $\Delta p$  – прирости температури і тиску,  $\text{К}$  і  $\text{Па}$  відповідно;

$\beta_t$  і  $\beta_p$  – коефіцієнти температурного розширення та об'ємного стиснення,  $\text{К}^{-1}$  і  $\text{Па}^{-1}$  відповідно.

Останні представляють собою відносну зміну об'єму рідини при зміні температури або тиску на одну одиницю, відповідно  $\text{К}^{-1}$  і  $\text{Па}^{-1}$ :

$$\beta_t = \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} \qquad \beta_p = - \frac{1}{V} \frac{dV}{dp}$$

Величина, зворотна  $\beta_p$ , називається модулем пружності рідини. Значення коефіцієнтів  $\beta_t$  і  $\beta_p$  досить малі. Так, наприклад, в інтервалі тисків  $0,1\text{-}20 \text{ МПа}$  та температурі  $293 \text{ К}$  середні значення коефіцієнтів  $\beta_t$  і  $\beta_p$  для води складають  $2 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$  та  $5 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$  відповідно. Тому при вирішенні більшості практичних завдань зміною густини краплинних рідин при зміні температури або тиску зазвичай нехтують (виняток становлять задачі про гідравлічний удар, про стійкість і колювання гідравлічних систем і деякі інші, де доводиться враховувати стисливість рідини).

Густина газів при температурі і тиску, відмінних від початкових, визначається з рівняння Менделєєва-Клапейрона і становить,  $\text{кг/м}^3$ :

$$\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0} \frac{T_0}{T}$$

Також стисливість рідини оцінюється за швидкістю звуку в ній:

$$c_{зв} = \sqrt{\Delta p / \Delta \rho} = \sqrt{E_p / \rho},$$

де  $\Delta p$  – приріст тиску, Па;

$\Delta \rho$  – приріст густини рідини, кг/м<sup>3</sup>;

$E_p$  – модуль пружності рідини, Па.

Чим більше швидкість звуку, тим менше стисливість даної рідини, і навпаки.

Для оцінки стисливості рідини, що рухається, користуються зазвичай не абсолютним значенням швидкості звуку, а відношенням швидкості потоку  $v$  до швидкості звуку  $c_{зв}$  у даній рідині. Це відношення називається числом Маха, в.о.:

$$M = v / c_{зв}.$$

Якщо швидкість руху рідини мала в порівнянні зі швидкістю поширення в ній звуку, тобто число Маха значно менше одиниці, то незалежно від абсолютного значення швидкості звуку краплинну рідину (або газ) при такому русі можна вважати практично нестисливою.

**В'язкість** – це властивість рідини чинити опір переміщенню однієї її частини відносно іншої.

В'язкість рідин є результатом взаємодії внутрішньомолекулярних силових полів, що перешкоджають відносному рухові двох шарів рідини. Отже для переміщення шару один відносно одного треба подолати їх взаємне притягання, причому чим воно більше, тим більша потрібна сила зсуву. Таким чином, внутрішнє тертя в краплинній рідині, на відміну від газоподібної, зумовлене не обміном молекул, а їх взаємним притяганням. Доказом цього є те, що із збільшенням температури, як відомо, обмін

молекул зростає і тертя в газоподібних рідинах зростає, а в краплинних спадає.

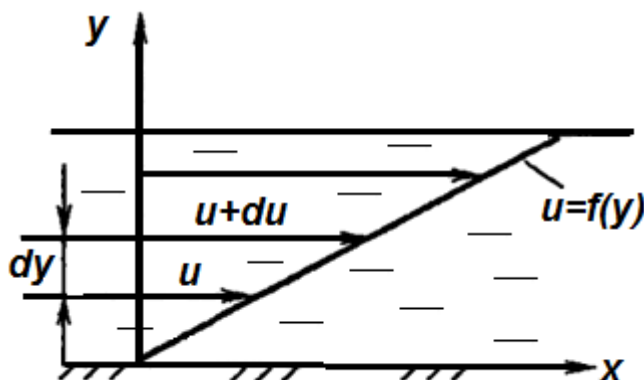


Рисунок 1.1 – Схема відносного руху шарів рідини

Відповідно до гіпотези І. Ньютона, висловленої ним у 1686 р., сила внутрішнього тертя, що виникає між двома шарами рідини, що рухається прямолінійно рухомою прямолінійно, Н:

$$T = \pm \mu F \frac{du}{dy}$$

$\mu$  – коефіцієнт пропорційності, який є фізичним параметром і називається «динамічна в'язкість», Па·с. Динамічна в'язкість залежить від роду рідини і температури;

$F$  – площа поверхні дотичних шарів, м<sup>2</sup>;

$du/dy$  – градієнт швидкості, тобто зміна швидкості на одиницю довжини у перпендикулярному до потоку напрямку (швидкість зсуву), с<sup>-1</sup>.

Розділивши обидві частини на  $F$ , отримано дотичне напруження зсуву (напруження тертя), Н/м<sup>2</sup>:

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dy}$$

Ньютонівська рідина – модель рідини, в'язкі властивості якої описуються законом в'язкого тертя Ньютона. У загальному випадку у

декартовій системі координат для ньютонівської рідини має місце лінійна залежність між тензорами напружень і швидкостей деформацій.

У протилежному випадку рідина має назву неньютонівська рідина або аномальна (глинисті розчини, смоли).

З рівняння випливає, що динамічна в'язкість чисельно дорівнює дотичному напруженні при градієнті швидкості рівному одиниці, тобто має цілком певний фізичний сенс і повністю характеризує в'язкість рідини. Одиниці виміру динамічної в'язкості [Па·с]. Позасистемна – Пуаз [П]. 1 П рівний 0,1 Па·с.

При виконанні технічних розрахунків у гідравліці зазвичай користуються **кінематичною в'язкістю**  $\nu$ , що представляє собою відношення динамічної в'язкості рідини до її густини, м<sup>2</sup>/с:

$$\nu = \mu / \rho$$

Розмірність кінематичної в'язкості – м<sup>2</sup>/с, позасистемна Стокс [Ст]. 1 Ст дорівнює 10<sup>-4</sup> м<sup>2</sup>/с.

Для визначення в'язкості рідин використовують віскозиметри. Для вимірювання в'язкості рідин більш в'язких, ніж вода (масел, нафтопродуктів), використовують віскозиметр (див. рис. 1.2), що складається з двох посудин, простір між якими заповнюється водою для підтримки бажаної температури. До сферичного дна внутрішньої посудини прикріплена трубка з внутрішнім діаметром близько 3 мм, отвір в якій нормально закрито клапаном. У внутрішню посудину до певного рівня наливається досліджувана рідина і за допомогою нагрівального пристрою температура її доводиться до необхідного значення  $t$ , фіксованого термометром. Після цього клапан відкривається і за допомогою секундоміра вимірюється час витікання 200 см<sup>3</sup> цієї рідини. Аналогічний дослід роблять з дистильованою водою при  $t = 20$  °С. Відношення

виміряних часів витікання досліджуваної рідини  $T_{д.р.}$  і дистильованої води  $T_{д.в.}$  відповідає числу градусів умовної в'язкості (або градусів Енглера):

$$^{\circ}\text{ВУ} = ^{\circ}\text{Е} = T_{д.р.}/T_{д.в.}$$

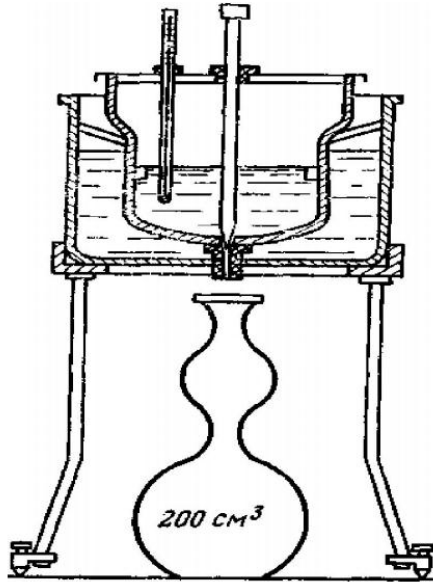


Рисунок 1.2 – Віскозиметр

Для перекладу градусів умовної в'язкості в одиниці системи СІ ( $\text{м}^2/\text{с}$ ) користуються емпіричною формулою Уббелоде,  $\text{м}^2/\text{с}$ :

$$\nu = (0,0731^{\circ}\text{ВУ} - 0,0631/^{\circ}\text{ВУ}) \cdot 10^{-4}$$

**Розчинність.** Всі рідини в певній мірі поглинають і розчинюють гази. Об'єм газу, що може розчинитись в краплинній рідині до її повного насичення,  $\text{м}^3$ :

$$V_r = kV_p p_2 / p_1$$

де  $V_r$  – об'єм газу при початковому тиску  $p_1$ ,  $\text{м}^3$ ;

$V_p$  – об'єм рідини при кінцевому тиску  $p_2$ ,  $\text{м}^3$ ;

$k$  – коефіцієнт розчинності, в.о. При  $20^{\circ}\text{C}$  для повітря коефіцієнт розчинності у воді рівний 0,016 в.о., маслі – 0,08-0,1 в.о.

**Пароутворення, кипіння, кавітація.** При підвищенні температури або зниження тиску краплинної рідини до певних значень, коли тиск стане



менше або дорівнюватиме тиску насичених парів цієї рідини при даній температурі, усередині рідини починають утворюватися бульбашки і навіть цілі порожнини, заповнені парами даної рідини і розчиненими в ній газами, які порушують суцільність краплинної рідини. Цей процес називається *пароутворенням*.

При наявності в рідині вільної поверхні ці бульбашки спливають і виходять через неї, тобто відбувається *кипіння* рідини. Якщо краплинна рідина знаходиться в замкнутому просторі і не має вільної поверхні, то ці бульбашки або порожнини, переміщаючись в масі рідини або разом з нею і потрапляючи в області з більш низькою температурою або більш високим тиском, майже миттєво (за кілька мілісекунд) зникають (так як пари конденсуються, а гази знову розчиняються в рідині і в порожнечі, що утворилися з великими швидкостями спрямовуються частинки рідини), що призводить до різкого підвищення тиску в цих місцях, а також до місцевого підвищення температури. Це явище називається *кавітацією*. Кавітація в трубопроводах і гідравлічних машинах є вкрай шкідливою, так як багаторазове місцеве підвищення тиску, що супроводжується ударами частинок рідини об стінки труб і проточних елементів гідромашин, призводить до їх ерозії.

**Капілярність** – здатність краплинної рідини в трубках малого діаметра підніматися вище вільної поверхні в резервуарі, утворюючи увігнутий меніск (якщо рідина змочує стінки трубки), або опускатися нижче вільної поверхні, утворюючи опуклий меніск (якщо рідина не змочує стінки трубки). Ця здатність обумовлена поверхневим натягом рідини і молекулярними силами взаємодії між рідинами.

Висота  $h$  підняття або опускання рідини в трубці, м:

$$h = \frac{4\sigma}{\rho g d} = \frac{k}{d}$$

$\sigma$  – поверхневий натяг, Н/м<sup>2</sup>;

$d$  – діаметр трубки, м;

$k$  – постійна величина для даної рідини (для води +30 мм<sup>2</sup>, для спирту +11 мм<sup>2</sup>, для ртуті -10 мм<sup>2</sup>), мм<sup>2</sup>.

### **Сили, що діють в рідині**

Рідина у стані спокою чи руху знаходиться під дією різних сил, які за своєю природою розділяють на поверхневі та масові.

Поверхневі сили прикладені до поверхні, яка обмежує досліджуваний об'єм рідини або виокремлений всередині цього об'єму. При рівномірному розподілі поверхневих сил вони пропорційні площі поверхні. До поверхневих сил відносяться сили тиску, поверхневого натягу, внутрішнього тертя.

Масові сили на всі частинки досліджуваного об'єму рідини і при рівномірному розподілі є пропорційними масі. До масових сил відносяться сила тяжіння та сила інерції.

Так як рідина представлена у вигляді континууму, то в гідравліці розглядають не самі сили, а щільність їх розподілу в суцільному середовищі.

### **Запитання для самоконтролю**

1. Яка відмінність між гідромеханікою та гідравлікою?
2. Види рідин і їх властивості.
3. Як змінюється густина рідини при зміні тиску і температури?
4. Що таке кавітація?
5. Як розділяють сили, що діють у рідині?

## Лекція №2

### Тема: Гідростатика та кінематика рідини

*Зміст лекції. Закони Паскаля і Архімеда. Властивості тиску у точці нерухомої рідини. Диференційні рівняння рівноваги рідини. Основне рівняння гідростатики та його використання для краплинної рідини і газу. Сили тиску на плоску та криволінійну стінку. Способи опису руху. Гідравлічні елементи потоку. Живий переріз, витрата, середня швидкість потоку. Рівняння нерозривності потоку.*

*На СРС: використання основного рівняння гідростатики для краплинної рідини і газу.*

**Гідростатика** вивчає закони рівноваги рідин, а також твердих тіл, занурених у рідину.

#### **Тиск у точці рідини у стані спокою, його властивості**

Виділимо навколо точки А, що знаходиться всередині рідини у стані спокою, елементарний об'єм рідини  $\Delta V$  і розсічемо його на дві частини довільною площиною, проведеної через точку А (рис. 2.1, а). Відкинемо одну з частин цього об'єму. Для того, щоб частина, яка залишилась, перебувала в рівновазі, замінимо дію відкинутої частини на площадку  $\Delta F$  розподіленими по ній елементарними поверхневими силами. Припустимо, що рівнодіюча цих елементарних сил  $\Delta R$  діє в напрямку, показаному на рис. 2.1, б. Розкладемо  $\Delta R$  на дві складові:  $\Delta T$ , що лежить в площині перерізу, і  $\Delta P$ , нормальну до цієї площини.

Очевидно, що в ньютонівських рідинах у стані спокою дотична складова  $\Delta T=0$ . В іншому випадку вона викликала б зсув частинок вздовж

площини розділу. Складова  $\Delta P$ , спрямована по нормалі до площині розділу, є стискаючою, її дія зустрічає з боку рідини рівну і протилежно спрямовану протидію  $\Delta P'$ , завдяки чому рівновага рідини не порушується.

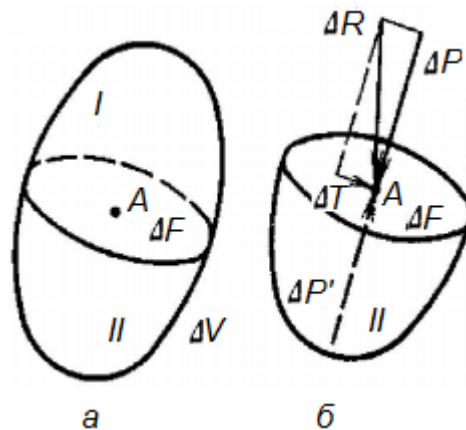


Рисунок 2.1 – Схема дії елементарних сил у рідині

Середнє напруження стиснення (середній тиск рідини на елементарну площадку  $\Delta F$ ):

$$p_{\text{ср}} = \Delta P / \Delta F.$$

Зменшуючи площу площадки  $\Delta F$  довкола точки  $A$ , отримано тиск у точці рідини в стані спокою – гідростатичний тиск:

$$p = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F} = \frac{dP}{dF}.$$

Таким чином, елементарна сила тиску, що діє на нескінченно малу площадку  $dF$ , визначається формулою:  $dP = p dF$ .

Одиницею тиску в системі СІ є Паскаль ( $\text{Па} = \text{Н}/\text{м}^2$ ). 1 Па це тиск, який створює нормальна до поверхні сила, рівна 1 Н, яка рівномірно розподілена по поверхні площею 1  $\text{м}^2$ . Широко використовувалися також одиниці тиску з інших систем і позасистемні одиниці: кілограм-сила на квадратний сантиметр, міліметр ртутного стовпчика, міліметр водяного стовпчика, атмосфера, бар та ін.

Тиск у точці рідини у стані спокою має **дві основні властивості**:

1. Тиск у точці рідини у стані спокою завжди нормальний до поверхні (площинки), що сприймає цей тиск, і є стискувачим.

2. Тиск у точці рідини у стані спокою у всіх напрямках однаковий за своїм значенням.

Перша властивість пояснюється наведеним визначенням сили  $\Delta P$ , а відповідно і тиску  $p$ .

Для доведення другої властивості виділимо довкола точки  $A$  рідини, яка знаходиться в рівновазі, нескінченно малий об'єм  $dV$  у вигляді трикутної призми з ребрами  $dx$ ,  $dz$ ,  $dy$  (рис. 2.2), причому кут нахилу  $\alpha$  ребра  $dn$  до ребра  $dz$  є довільним. Відкинемо всю рідину, що оточує призму. Для збереження рівноваги прикладемо до кожної грані відповідні елементарні сили гідростатичного тиску ( $dP_x = p_x dydz$ ,  $dP_z = p_z dydx$ ,  $dP_n = p_n dydn$  тощо), які, як було зазначено вище, діють нормально до граней і будуть спрямовані всередину розглянутого об'єму. Крім цих поверхневих сил, на рідину, що знаходиться усередині призми, діють ще масові сили, результуюча  $dM$  яких прикладена в центрі ваги об'єму і в загальному випадку дорівнює:

$$dM = j dm = j \rho dV = \frac{1}{2} j \rho dx dy dz,$$

де  $j$  – результуюче прискорення масових сил, проекції якого на координатні осі:  $j_x = X$ ,  $j_y = Y$ ,  $j_z = Z$ .

Користуючись принципом затвердіння, згідно якого рівновага рідкого тіла не порушиться, якщо припустити його затверділим, застосуємо до виділеного об'єму закони механіки твердого тіла – спроекуємо діючі на нього сили на координатні осі і прирівняємо суми проекцій на відповідні осі до нуля:

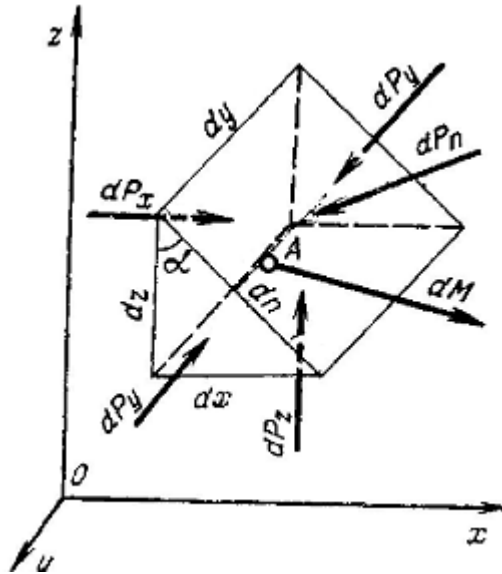


Рисунок 2.2 – Схема до пояснення другої властивості тиску

- на вісь  $Ox$ :

$$dP_x - dP_n \cos \alpha + dM_x = 0,$$

$$p_x dydz - p_n dydn \cos \alpha + \frac{1}{2} X \rho dx dy dz = 0,$$

так як  $dn \cos \alpha = dz$ , то розділивши на  $dydz$ :

$$p_x - p_n + \frac{1}{2} X \rho dx = 0.$$

Так як останній член рівняння малий (містить множник елементарної довжини  $dx$ ), то  $p_x = p_n$ .

- на вісь  $Oz$ :

$$dP_z - dP_n \sin \alpha - dM_z = 0,$$

$$p_z dx dy - p_n dydn \sin \alpha - \frac{1}{2} Z \rho dx dy dz = 0,$$

так як  $dn \sin \alpha = dx$ , то розділивши на  $dx dy$ :

$$p_z - p_n - \frac{1}{2} Z \rho dz = 0.$$

Так як останній член рівняння малий (містить множник елементарної довжини  $dz$ ), то  $p_z = p_n$ .

Звідси, так як  $p_x = p_n$  і  $p_z = p_n$ , то  $p_x = p_z$ . Виходячи з того, що рідина перебуває в стані спокою:  $p_x = p_z = p_y$ .

### Диференційні рівняння рівноваги рідини

Виділимо навколо точки  $A$ , що знаходиться всередині рідини в стані спокою, елементарний об'єм у вигляді паралелепіпеда з ребрами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , паралельними до довільно обраним у просторі осей координат (рис. 2.3). Відкинемо рідину, яка оточує паралелепіпед, замінивши її дію на грані відповідними силами гідростатичного тиску і скориставшись принципом затвердіння.

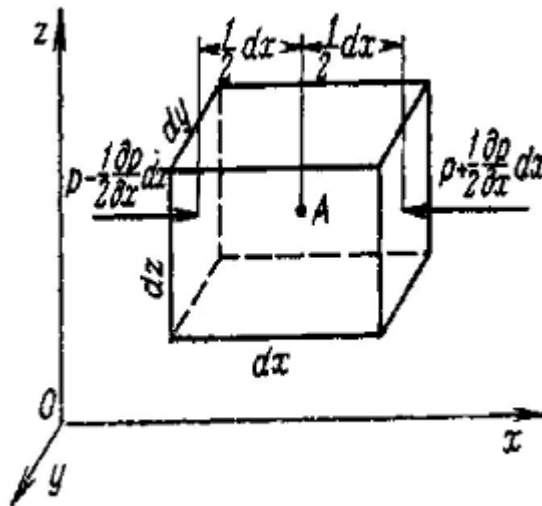


Рисунок 2.3 – Схема до виводу диференційних рівнянь рівноваги рідини

Нехай тиск рідини в точці  $A$  дорівнює  $p$ , а інтенсивність зміни тиску по осям –  $\partial p/\partial x$ ,  $\partial p/\partial y$ ,  $\partial p/\partial z$ . Тоді тиск:

на ліву грань  $dydz$  дорівнюватиме  $p - \frac{dx}{2} \frac{\partial p}{\partial x}$ ;

на праву грань  $dydz$  дорівнюватиме  $p + \frac{dx}{2} \frac{\partial p}{\partial x}$ .

Елементарні сили, які діють на ліву та праву грані  $dydz$  відповідно:

$$dP'_x = \left( p - \frac{dx}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dydz,$$

$$dP''_x = \left( p + \frac{dx}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dydz.$$

Аналогічно визначаються сили, які діють на інші грані.

Крім поверхневих сил, на виділений об'єм діють також масові сили, результуюча яких у загальному випадку:

$$dM = jdm = \rho j dV = \rho j dx dy dz.$$

Спроекуємо всі діючі на елементарний об'єм сили на вісь  $Ox$  і прирівняємо суму цих проекцій до нуля:

$$\left( p - \frac{dx}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dydz - \left( p + \frac{dx}{2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) dydz + \rho X dx dy dz = 0.$$

Після приведення, розділивши на  $dx dy dz$ , та з аналогічного розв'язку для інших осей отримано:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho X, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho Y, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \rho Z,$$

звідки очевидно, що приріст гідростатичного тиску в напрямку будь-якої координатної осі відбувається за рахунок масових сил.

Ці рівняння є загальними умовами рівноваги рідини в диференціальній формі. Виведені вони в 1755 р. Леонардом Ейлером.

Для приведення рівнянь рівноваги рідини до виду, зручного для інтегрування, помножимо кожне з рівнянь відповідно на  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  і складемо почленно:

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho(Xdx + Ydy + Zdz).$$

Так як ліва частина рівняння є повним диференціалом тиску  $dp$ , то:

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz).$$

Отримане рівняння виражає функціональну залежність тиску від роду рідини і координат точки в просторі, дозволяє визначити значення



тиску в будь-якій точці рідини, що знаходиться в рівновазі. Це рівняння справедливе для краплинних рідин і для газів, причому для газів додатковою умовою рівноваги є рівняння стану.

З рівняння рівноваги рідини визначається рівняння поверхні рівного тиску (поверхні рівня) – поверхні, тиск у всіх точках якої однаковий ( $\rho, p = \text{const} \neq 0$ ):

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0.$$

На рисунку 2.4 приведено різні випадки рівноваги рідини.

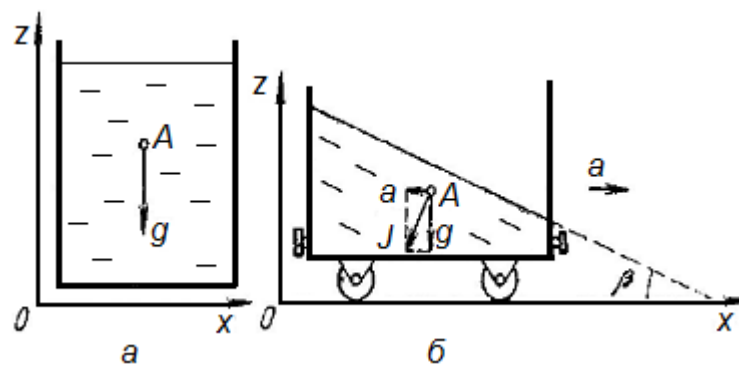


Рисунок 2.4 – Випадки рівноваги рідини

У першому випадку (рис. 2.4, а) поверхня рівня визначається рівнянням горизонтальної площини:  $-gdz=0$ .

У другому випадку при русі резервуару з прискоренням  $a$  (рис. 2.4, б) поверхня рівня визначається рівнянням похилої площини:  $-adx-gdz=0$ . При чому кут нахилу площини:  $\beta = \arctg(a/g)$ .

### Основне рівняння гідростатики

Розглянемо рідину, яка знаходиться в нерухомій посудині (рис. 2.5) і в полі дії сили тяжіння. Осі координат розташуємо таким чином, щоб вісь  $Oz$  була спрямована вертикально вгору, тобто паралельно лінії дії сили тяжіння.

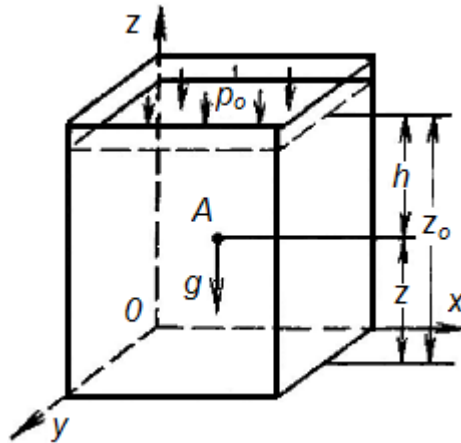


Рисунок 2.5 – Схема до виводу основного рівняння гідростатики

Усередині розглянутого об'єму рідини виділимо точку  $A$ , що знаходиться на відстані  $z$  від горизонтальної площини  $xOy$  або на глибині  $h$  від вільної поверхні рідини. Проекції одиничних масових сил на координатні осі в даному випадку будуть:  $X=0$ ,  $Y=0$ ,  $Z=-g$ . Підставляючи ці значення в рівняння рівноваги рідини, отримаємо:

$$dp = -\rho g dz$$

або після інтегрування в межах від  $p_0$  до  $p$  і від  $z_0$  до  $z$  при  $\rho = \text{const}$ :

$$p - p_0 = -\rho g(z - z_0) \text{ або } p - p_0 = \rho g h.$$

Звідси **основне рівняння гідростатики**:

$$p = p_0 + \rho g h.$$

Основне рівняння гідростатики виражає залежність тиску в даній точці рідини у стані спокою від роду рідини, відстані від точки до вільної поверхні і тиску на останній. У цьому рівнянні  $p$  – *абсолютний тиск* у даній точці рідини,  $p_0$  – *абсолютний тиск навколишнього середовища* (зовнішній тиск),  $\rho g h = p - p_0$  – *надлишковий тиск* (тиск стовпа рідини) в даній точці.

Виходячи із основного рівняння гідростатики справедливі такі положення:

1. В однорідній рідині, що знаходиться в стані спокою, будь-яка горизонтальна поверхня є площиною рівного тиску.
2. Зовнішній тиск на рідину, що знаходиться в замкненій посудині, передається у всі її точки без зміни.

Останнє положення є принципом Паскаля, сформульованим ним у XVII ст.

### Манометричний тиск і вакуум

У відкритих посудинах, водоймах абсолютним тиском навколишнього середовища є атмосферний тиск. Для цих випадків основне рівняння гідростатики матиме вигляд:

$$p = p_a + \rho gh.$$

Якщо абсолютний тиск у даній точці рідини більший за атмосферний ( $p > p_a$ ), то останній член рівняння визначає манометричний тиск:

$$p_m = \rho gh = p - p_a.$$

**Манометричний тиск** – це надлишок тиску в даній точці над атмосферним. З описаного рівняння можна визначити межі зміни манометричного тиску: при  $p = p_a$   $p_m = 0$ , при  $p \rightarrow \infty$   $p_m \rightarrow \infty$ . Таким чином манометричний тиск змінюється від  $p_a$  до  $\infty$ , або  $p_m \in [p_a, \infty)$ .

Якщо абсолютний тиск в даній точці рідини менший за атмосферний ( $p < p_a$ ), то останній член рівняння визначає вакуум, або розрідження:

$$p_v = \rho gh = p_a - p.$$

**Вакуум (вакуумметричний тиск)** – це нестача тиску в даній точці до атмосферного. Межі зміни вакууму – від 0 до  $p_a$ , тобто  $p_v \in [0, p_a)$ .

Для графічної ілюстрації вищесказаного про вакуум, манометричний і абсолютний тиски представимо площину, у всіх точках якої абсолютний тиск  $p = 0$ . Слід цієї площини зображено на рис. 2.6 горизонтальною лінією  $00$ ; лінія  $AA$  – слід площини, абсолютний тиск у всіх точках якої дорівнює

атмосферному  $p=p_a$ . Таким чином, лінія  $00$  є базою для відліку абсолютного тиску, а лінія  $AA$  – базою для відліку манометричного тиску і вакууму. Відстань від точки  $C$  до лінії  $00$  є абсолютним тиском у цій точці  $p_C$ , а відстань від точки  $C$  до лінії  $AA$  – манометричним тиском в цій точці  $p_{mC}$ .

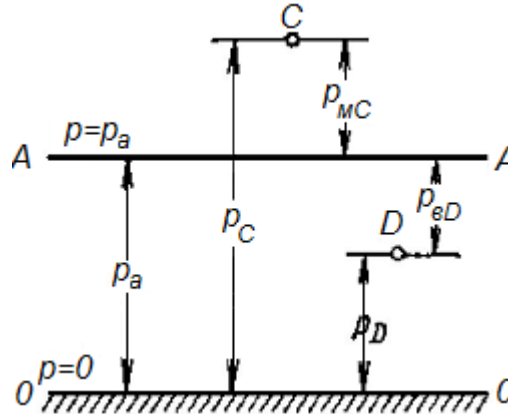


Рисунок 2.6 – Графічна ілюстрація тисків

Аналогічно відстань від точки  $D$  до лінії  $00$  являє собою абсолютний тиск у цій точці  $p_D$ , а відстань від точки  $D$  до лінії  $AA$  - вакуум в цій точці  $p_{вD}$ . Наведена на рис. 2.6 схема дає також наочне уявлення про межу зміни манометричного тиску і вакууму, які були встановлені вище з виразів.

Для вимірювання манометричного тиску, вакууму та абсолютного тиску використовують відповідно манометри, вакуумметри і барометри (манометри абсолютного тиску).

### Закон сполучених посудин

Основне рівняння гідростатики використовується для визначення умов рівноваги рідин, що знаходяться в сполучених посудинах. Для вирішення задачі в загальному випадку розглядаються закриті сполучені посудини, які заповнені різними рідинами, які не змішуються (рис. 2.7).

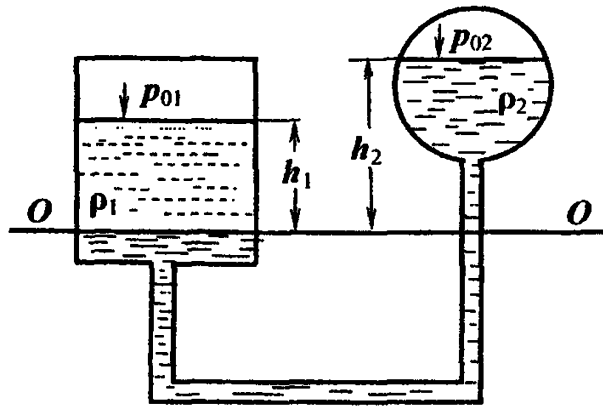


Рисунок 2.7 – Сполучені посудини

Тиск на поверхнях рідин відповідно  $p_{01}$  та  $p_{02}$ . Площина рівня О-О проводиться по лінії розділу рідин в посудинах. Тоді рівняння рівноваги рідин:

$$p_{01} + \rho_1 g h_1 = p_{02} + \rho_2 g h_2.$$

Отримана загальна залежність є **законом сполучених посудин**. Вона дозволяє розглянути декілька частинних випадків:

1. Рідина в посудинах однакова, але тиски на поверхнях різні:

$$\rho = \rho_1 = \rho_2, \quad p_{01} \neq p_{02} \rightarrow p_{01} - p_{02} = \rho g (h_2 - h_1).$$

2. Рідини в посудинах однакова, тиски однакові:

$$\rho_1 = \rho_2, \quad p_{01} = p_{02} \rightarrow h_1 = h_2.$$

3. Рідини в посудинах різні, тиски однакові:

$$\rho_1 \neq \rho_2, \quad p_{01} = p_{02} \rightarrow h_1 / h_2 = \rho_2 / \rho_1.$$

Принцип сполучених посудин широко застосовується у вимірювальних приладах рідинного типу.

### Закон Паскаля

Помістимо на вільну поверхню рідини, що знаходиться в рівновазі в резервуарі (рис. 2.8), поршень і докладемо до нього силу, в результаті чого

з боку поршня на рідину виникає тиск. У відповідності з основним рівнянням гідростатики абсолютні тиски в довільно вибраних точках рідини  $A$ ,  $B$ ,  $C$  будуть відповідно рівні:  $p_A = p_0 + \rho g h_A$ ,  $p_B = p_0 + \rho g h_B$ ,  $p_C = p_0 + \rho g h_C$ .

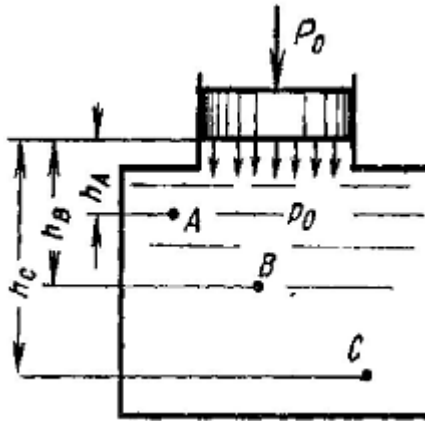


Рисунок 2.8 – Передача тиску в рідині у стані спокою

З аналізу отриманих рівнянь видно, що абсолютні тиски в точках рідини, що знаходяться на різній глибині, будуть різні, проте зовнішній тиск на рідину, яка знаходиться в замкненій посудині, передається всім її часткам без зміни.

Звідси **закон Паскаля**: зовнішній тиск на рідину, що знаходиться в замкненій посудині, передається у всі її точки без зміни.

Практично закон Паскаля використовується в ряді гідравлічних машин: гідравлічних пресах і підйомниках, об'ємних насосах, гідродвигунах тощо.

На рис. 2.9 приведена принципова схема гідравлічного преса. Прикладаючи до меншого поршня площею  $F_1$  силу  $P_1$ , створюємо в рідині тиск  $p_n = P_1/F_1$ . Згідно закону Паскаля цей тиск передається більшому поршню з площею  $F_2$ . Звідси сила, яку створює більший поршень:

$$P_2 = p_n F_2 = P_1 \frac{F_2}{F_1}.$$

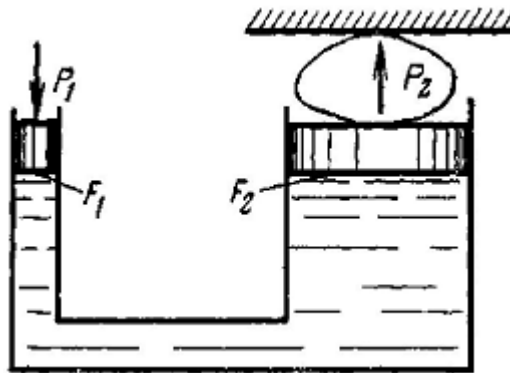


Рисунок 2.9 – Принципова схема гідравлічного преса

Таким чином, сила  $P_2$  в стільки разів більша за силу  $P_1$ , у скільки площа меншого поршня  $F_1$  менша за площу більшого поршня  $F_2$ .

### Сила тиску рідини на плоску стінку. Центр тиску

Виділимо на плоскій бічній стінці посудини (рис. 2.10), нахилений в до горизонту під кутом  $\alpha$ , довільну фігуру площею  $F$  і визначимо силу тиску  $P$ , що діє на неї з боку рідини.

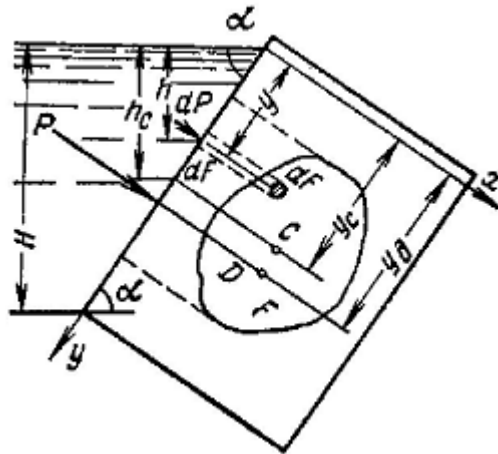


Рисунок 2.10 – Визначення сили тиску рідини на плоску стінку

Для наочності розглянуту стінку суміщено з площиною креслення (тобто повернено на  $90^\circ$  навколо осі  $y$ ). Так як тиск рідини в різних по

висоті точках площі  $F$  різний, то виділимо на цій площі елементарну площадку  $dF$ , розташовану на відстані  $h$  від вільної поверхні рідини або на відстані  $y=h/\sin\alpha$  від осі  $x$ . Для такої нескінченно малої площадки тиск у всіх її точках однаковий:  $p=\rho gh=\rho gy\sin\alpha$ . Отже, сила тиску рідини на елементарну площадку:

$$dP = p dF = \rho g y \sin \alpha dF.$$

Звідси сила тиску на всю площу  $F$ :

$$P = \int_F dP = \int_F \rho g y \sin \alpha dF = \rho g \sin \alpha \int_F y dF.$$

Вираз  $\int_F y dF$  є статичним моментом площі  $F$  відносно осі  $x$ . Він дорівнює добутку площі  $F$  на відстань від її центру тяжіння до осі  $x$ , тобто  $y_c F$ . Таким чином:

$$P = \rho g \sin \alpha y_c F = \rho g h_c F = p_c F.$$

З рівняння видно, що сила тиску рідини на плоску стінку  $P$  дорівнює добутку площі стінки  $F$ , змоченою рідиною, на гідростатичний тиск в її центрі ваги  $p_c = \rho g h_c$ .

Якщо на вільну поверхню рідини діє тиск, відмінний від атмосферного, сила тиску на стінку визначається за формулами:

$$P = (\rho g h_c + p_m) F = (p_c + p_m) F,$$

$$P = (\rho g h_c - p_v) F = (p_c - p_v) F,$$

де  $p_m$  і  $p_v$  – відповідно манометричний тиск і вакуум на поверхні рідини.

У ряді випадків, крім значення сили тиску рідини на стінку, необхідно знати координати точки її прикладення – **центра тиску**. Припустимо, що сила тиску  $P$  прикладена в точці  $D$ , що знаходиться на відстані  $y_d$  від осі  $x$ . Відповідно до теореми Варіньона про момент



рівнодіючої (момент рівнодіючої сили відносно будь-якої осі дорівнює сумі моментів складових сил відносно тієї ж осі):

$$Py_d = \int_F y dP \text{ або } \rho g \sin \alpha y_c F y_d = \int_F y \rho g y \sin \alpha dF$$

Після спрощення отримаємо:

$$y_c F y_d = \int_F y^2 dF$$

Вираз  $\int_F y^2 dF$  є моментом інерції  $J_x$  площі фігури відносно осі  $x$ , який можна виразити через момент інерції  $J_c$  відносно центральної осі, паралельної осі  $x$ :

$$J_x = y_c^2 F + J_c.$$

Тоді  $y_c F y_d = J_c + y_c^2 F$ , звідки:

$$y_d = y_c + \frac{J_c}{y_c F}.$$

Глибина занурення центра тиску відносно вільної поверхні:

$$h_d = h_c + \frac{J_c}{h_c F}$$

Виходячи з цього, центр тиску знаходиться нижче центра ваги.

### **Сила тиску рідини на криволінійну стінку. Тіло тиску**

При криволінійній стінці встановлення значення, напрямку та точки прикладення сили тиску рідини ускладнюється, оскільки елементарні сили тиску, що діють нормально на кожен елементарну площадку стінки, мають різні напрями. У цьому випадку з метою спрощення (щоб уникнути інтегрування по криволінійній поверхні) визначають спочатку складові сили тиску по заданих напрямках, наприклад, по осях координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , а потім знаходять результуючу силу тиску:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}.$$

На практиці доводиться мати справу з криволінійними стінками, що представляють собою поверхні обертання (сферу, циліндр, конус) і мають вісь симетрії, що лежить в площині, нормальній до стінки. Це істотно спрощує визначення сили тиску рідини.

Визначимо силу тиску рідини  $P$  на криволінійну стінку циліндричної форми, слід якої на рис. 2.11 – лінія  $MN$ .

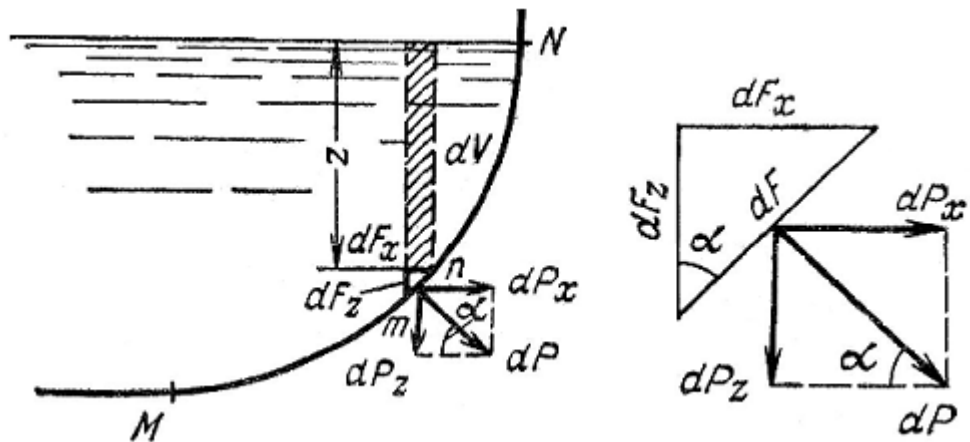


Рисунок 2.11 – Визначення сили тиску рідини на криволінійну стінку

Як і в попередньому випадку, виділимо на стінці елементарну площадку  $dF$  (слід її на рис. 2.11 – лінія  $mn$ ), що знаходиться на відстані  $z$  від вільної поверхні. Сила тиску рідини на цю елементарну площадку:  $dP = p dF = \rho g z dF$ .

Розкладемо  $dP$  на дві взаємно перпендикулярні складові: горизонтальну  $dP_x = dP \cos \alpha$  і вертикальну  $dP_z = dP \sin \alpha$ . Просумуємо окремо всі горизонтальні і всі вертикальні складові. Через малість елементарної площадки прийmemo її за плоску і спроектуємо на горизонтальну і вертикальну площини:  $dF_x = dF \sin \alpha$ ,  $dF_z = dF \cos \alpha$ .

Знайдемо горизонтальну складову сили тиску рідини на криволінійну стінку  $P_x$ , яка є сумою всіх елементарних горизонтальних складових  $dP_x$ .

Так як  $dP_x = dP \cos \alpha = \rho g z dF \cos \alpha = \rho g z dF_z$ :

$$P_x = \int_{F_z} dP_x = \int_{F_z} \rho g z dF_z = \rho g \int_{F_z} z dF_z,$$

де  $\int_{F_z} z dF_z = S_z = h_c F_z$  – статичний момент площі вертикальної проекції криволінійної стінки відносно осі  $x$ ;  $F_z$  – площа вертикальної проекції криволінійної стінки, змоченої рідиною;  $h_c$  – відстань від центра ваги площі  $F_z$  до вільної поверхні рідини.

Звідси

$$P_x = \rho g h_c F_z.$$

Таким чином, горизонтальна складова сили тиску рідини на криволінійну стінку дорівнює силі тиску рідини на її вертикальну проекцію.

Знайдемо вертикальну складову сили тиску рідини на криволінійну стінку  $P_z$ , яка є сумою всіх елементарних вертикальних складових  $dP_z$ :

$$dP_z = dP \sin \alpha = \rho g z dF \sin \alpha = \rho g z dF_x = \rho g dV,$$

де  $dV = z dF_x$  – елементарний об'єм рідини, основою якого є площадка  $dF_x$ , а висотою – відстань  $z$  від цієї площадки до вільної поверхні рідини.

Інтегруючи  $dP_z$  по всьому об'єму  $V$ , отримано:

$$P_z = \int_V dP_z = \int_V \rho g dV = \rho g \int_V dV, \text{ або } P_z = \rho g V.$$

Таким чином, вертикальна складова сили тиску рідини на криволінійну стінку дорівнює силі тяжіння рідини в об'ємі  $V$ , що називається **тілом тиску**.

Результуюча сила тиску рідини на криволінійну стінку циліндричної форми  $P$  дорівнює геометричній сумі складових:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}$$

і направлена під кутом до горизонту:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{P_z}{P_x} = \operatorname{arcsin} \frac{P_z}{P}.$$

**Тіло тиску** – це об'єм, обмежений стінкою посудини, змоченою рідиною; вертикальною поверхнею, проведеною через контур цієї стінки; і горизонтальною площиною, проведеною по вільній поверхні рідини.

Тіло тиску (рис. 2.12) умовно вважається реальним (або позитивним), якщо його об'єм, прилеглий до стінки, заповнений рідиною (складова  $P_z$  при цьому спрямована вниз). Тіло тиску умовно вважається фіктивним, якщо його обсяг, прилеглий до стінки, не заповнений рідиною (складова  $P_z$  при цьому спрямована вгору).

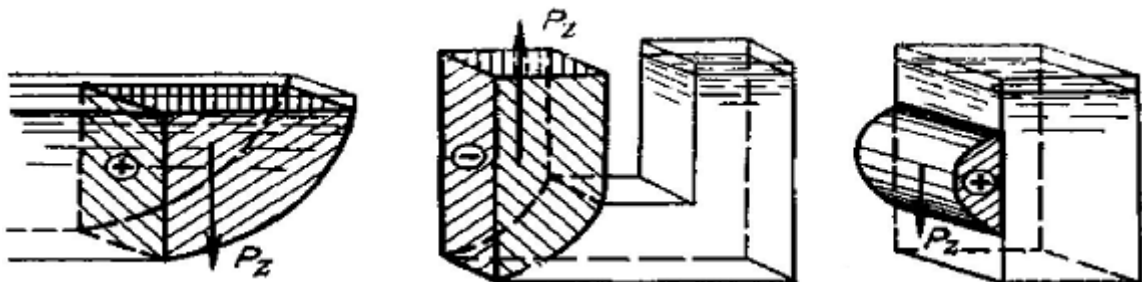


Рисунок 2.12 – Тіла тиску

### Сила Архімеда

Розглянемо занурене у рідину призматичне тіло висотою  $h$  і з площею основи  $F$ . При цьому верхня його грань занурена на глибину  $h_1$ , а нижня –  $h_2$  (див. рис. 2.13).

Сили, що діятимуть на тіло:

1. Сила тиску на верхню грань:  $P_1 = \rho g h_1 F$ ;
2. Сила тиску на нижню грань:  $P_2 = \rho g h_2 F$ ;

3. Взаємно урівноважені сили, що діють на бокові грані.
4. Сила ваги тіла  $G$ .

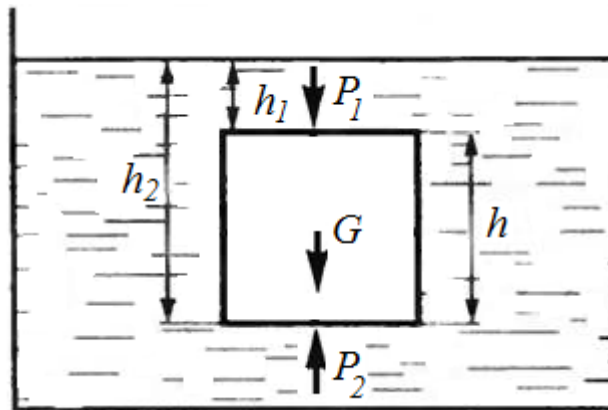


Рисунок 2.13 – Визначення сили Архімеда

Різниця сил, що діють на верхню та нижню грані тіла є підйомною силою, або силою Архімеда:

$$P_{\text{п}} = P_2 - P_1 = \rho g h_2 F - \rho g h_1 F = \rho g F (h_2 - h_1) = \rho g F h = \rho g V.$$

Дана формула справедлива для тіл будь-якої форми, що доводиться через тіло тиску.

**Закон Архімеда (250 р. до н.е.):** сила, з якою рідина впливає на занурене в неї тіло, діє вертикально вгору і дорівнює вазі рідини в об'ємі зануреного тіла.

При зануренні тіла в рідину може бути три характерних випадки:

1.  $F_n < G$ , тобто сила тяжіння тіла більше підйомної сили (сили Архімеда), у цьому випадку їх результуюча буде спрямована вниз. Отже, тіло тоне.

2.  $F_n = G$ , тобто сила тяжіння тіла дорівнює силі Архімеда, в цьому випадку їх результуюча дорівнюватиме нулю. Отже тіло буде перебувати в рідині у стані байдужої рівноваги (підводне плавання).

3.  $F_n > G$ , тобто сила тяжіння тіла менше сили Архімеда, в цьому випадку їх результуюча буде спрямована вгору. Отже, тіло спливає.

В останньому випадку при виході частини тіла з рідини сила Архімеда зменшується, і в певний момент настане рівновага (надводне плавання). Об'єм зануреної частини плаваючого на поверхні рідини тіла густиною  $\rho_T$ :

$$V' = \frac{G}{\rho g} = V \frac{\rho_T}{\rho}.$$

Так як сила  $G$  прикладена до центру мас тіла, а  $F_n$  – до центру мас лише зануреної його частини. То при плаванні тіла може виникати результуючий момент, що може призвести до перекидання тіла.

*Кінематика рідини описує рух рідини незалежно від того, які динамічні умови викликають чи підтримують цей рух.*

### **Способи опису руху рідини**

Рідина, що рухається, є суцільним середовищем, яке складається із частинок, що переміщуються з різними параметрами, що змінюються в залежності від координат і часу.

Частинка суцільного середовища – це дуже малий елемент об'єму середовища (елементарний об'єм), який можна вважати точковим. У кінематиці є **два способи опису руху рідини** – Лагранжа і Ейлера.

За *способом Лагранжа* рух рідини описується шляхом зазначення залежності зміни координат певної (наміченої) частинки рідини від часу. Рухомою частинка рідини описує в просторі траєкторію, уздовж якої змінюється швидкість  $u$ . На рис. 2.14, *a* показана траєкторія руху частинки  $A$  в нерухомій системі координат, де за певний час координати частки змінювалися з  $x_0, z_0$  на  $x_1, z_1$  за час  $t_1$  і т. д.

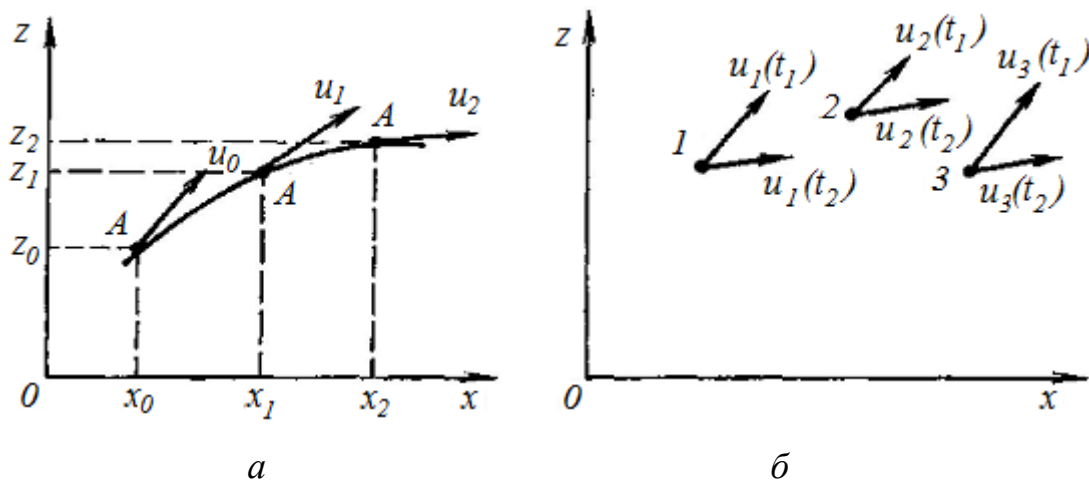


Рисунок 2.14 – Способи опису руху рідини

Таким чином, при описі руху змінними є швидкість, прискорення і координати частинки. Практично для більшості інженерних задач немає необхідності в знанні параметрів руху окремих частинок, тому спосіб Лагранжа застосовується тільки в особливих випадках. Наприклад, для опису переносу рідиною дрібних твердих частинок (мулу).

*Спосіб Ейлера* полягає в тому, що рух рідини визначається полем швидкостей рідини в просторі в кожний момент часу. Тобто описується рух різних частинок рідини, що проходять через намічені точки (або перерізи) простору, заповненого рідиною. При цьому змінними є швидкості частинок, а координати точок простору, через які проходять частинки, залишаються постійними (відомими). Остання обставина значно полегшує проведення теоретичних і експериментальних досліджень. На рис. 2.14, б показані зафіксовані в просторі точки 1, 2, 3, через які проходять частинки із залежними від часу швидкостями  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$ ,  $u_3(t)$ .

При вирішенні більшості інженерних задач необхідно знати, з якими швидкостями різні частинки рідини проходять через певні елементи конструкцій чи інженерних споруд або підходять до них. Тому Ейлерівський спосіб опису руху рідини прийнято за основний.

За способом Ейлера швидкості елементарних об'ємів рідини в кожний момент часу в намічених точках простору в прямокутній декартовій системі координат описуються залежностями – змінними Ейлера:

$$u_x = f(x, y, z, t); u_y = f(x, y, z, t); u_z = f(x, y, z, t).$$

За правилом диференціювання складної функції проекції прискорень елементарних об'ємів середовища в цій системі координат:

$$j_x = \frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial u_x}{\partial t};$$

$$j_y = \frac{du_y}{dt} = \frac{\partial u_y}{\partial t} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial u_y}{\partial t};$$

$$j_z = \frac{du_z}{dt} = \frac{\partial u_z}{\partial t} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial u_z}{\partial t};$$

Виходячи з того, що  $dx/dt=u_x$ ,  $dy/dt=u_y$ ,  $dz/dt=u_z$  – проекції швидкості на осі у певний момент часу:

$$\begin{cases} j_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z} u_z + \frac{\partial u_x}{\partial t}; \\ j_y = \frac{\partial u_y}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_y}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_y}{\partial z} u_z + \frac{\partial u_y}{\partial t}; \\ j_z = \frac{\partial u_z}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_z}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_z}{\partial z} u_z + \frac{\partial u_z}{\partial t}. \end{cases}$$

Розглянемо кінематичний сенс кожного доданка в правій частині системи рівнянь. Останні доданки ( $\partial u_x / \partial t$  і т.д.) є проекціями *локальних прискорень*, зумовлених зміною швидкостей з часом при фіксованих координатах, тобто місцевою локальним зміною. Перші три доданки у правій частині є проекціями *конвективних прискорень*, які утворюються внаслідок зміни координат частинок і відповідають їх пересуванню (конвекції). Конвективне прискорення можливе тільки при русі рідин і газів.



## Види руху

### ***Стаціонарний та нестаціонарних рухи***

Ці поняття встановлюються тільки при описі руху рідини способом Ейлера.

*Стаціонарний рух* рідини – це рух, при якому всі параметри, що його характеризують, лишаються незмінними. При цьому частинні похідні за часом у вищенаведеному рівнянні рівні 0 ( $\partial u_x / \partial t = 0$ ).

Прикладом стаціонарного руху є витікання рідини з резервуара при постійному її рівні – приток дорівнює витраті.

*Нестаціонарний рух* рідини - це рух, при якому параметри, що його характеризують, змінюються з часом. Тобто швидкість частинок рідини, що проходять через певну точку простору, змінюється в часі. Таким чином частинні похідні приведенного рівняння не дорівнюють нулю ( $\partial u_x / \partial t \neq 0$ ). Приклад нестаціонарного руху – витікання рідини з резервуара при змінному її рівні (спорожнення резервуара).

Нестаціонарний рух рідини розділяють на повільнозмінний і швидкозмінний.

### ***Поступальний рух рідини***

У загальному випадку рух елементарного об'єму рідини є сумою поступального, обертального і деформаційного рухів. Останній обумовлений зміною форми об'єму рідини. При розрахунках і дослідженні руху рідини переважаючим видом руху є поступальний. В цих випадках, ґрунтуючись на способі опису Ейлера, використовується *струминна модель рідини*. Згідно неї потік рухомої рідини розглядається як сукупність елементарних струменів. Елементами цієї моделі є *лінія і трубка течії, елементарний струмінь*.

*Лінія течії* – лінія, в кожній точці якої в даний момент часу вектор швидкості рідини збігається з дотичною до цієї лінії (рис. 4.2, а). При стаціонарному русі лінія течії є траєкторією частинки рідини.

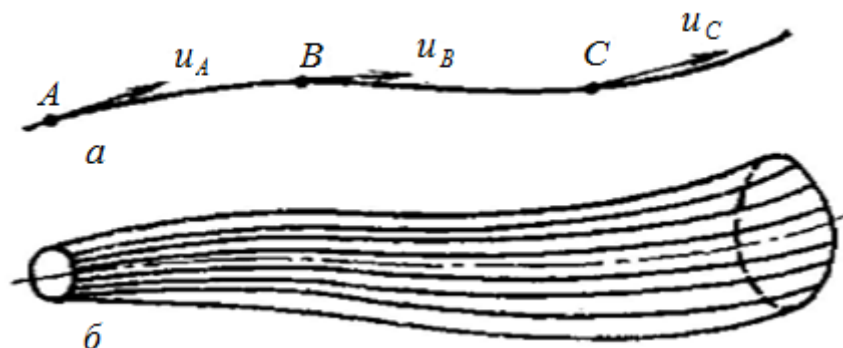


Рисунок 2.15 – Лінія течії та елементарний струмінь

*Трубка течії* – поверхня, утворена лініями течії, проведеними в даний момент часу через всі точки нескінченно малого замкнутого контуру, нормального до ліній течії, і який знаходиться в зайнятій рідиною області.

*Елементарний струмінь* – частина рухомої рідини, обмежена трубкою течії (рис. 2.15, б).

Елементарний струмінь має ряд важливих властивостей:

- частинки рідини не виходять зі струменя і не входять до нього через бічну поверхню (це пояснюється тим, що бічна поверхня струменю утворена лініями течії, а отже в будь-якій точці вектори швидкостей спрямовані по дотичним);
- швидкості частинок у всіх точках одного й того ж поперечного перерізу струменю однакові (це пояснюється малістю поперечного перерізу);
- при стаціонарному русі форма струменю залишається незмінною в часі.

### ***Рівномірний і нерівномірний рух рідини***

У залежності від характеру зміни швидкості по довжині простору, заповненого рідиною, стаціонарний рух може бути:

- *рівномірним*, при якому швидкість по довжині залишається постійною (рис. 2.16, *а*);
- *нерівномірним*, якщо швидкість по довжині змінюється за величиною і (або) напрямком (рис. 2.16, *б, в*);
- *плавномінім*, якщо швидкість по довжині хоча і змінюється, але ця зміна відбувається плавно (рис. 2.16, *г, д*).

З достатньою для практики точністю в останньому випадку можна застосовувати закони рівномірного руху.

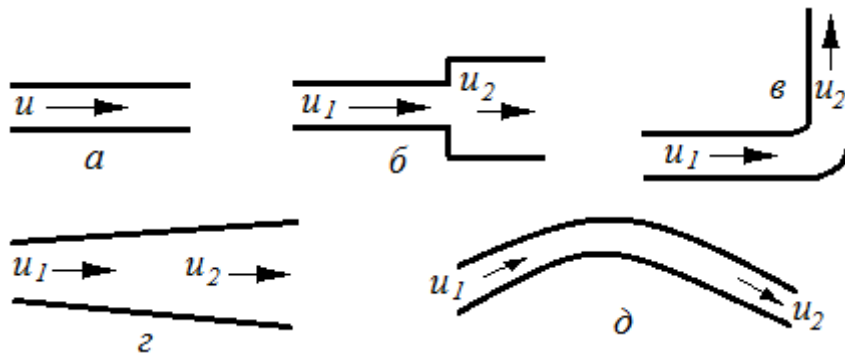


Рисунок 2.16 – Рівномірний, нерівномірний і плавномінімний рух рідини

### **Гідравлічні елементи потоку**

#### ***Види потоків***

Потоки розділяються на напірні, безнапірні і струмені.

*Напірним* називається потік, обмежений з усіх боків твердими стінками (рис. 2.17, *а*). Прикладом такого потоку є вода у водогоні або шахтному водовідливному трубопроводі, масло у маслопроводі, повітря у виробках шахти, тощо.

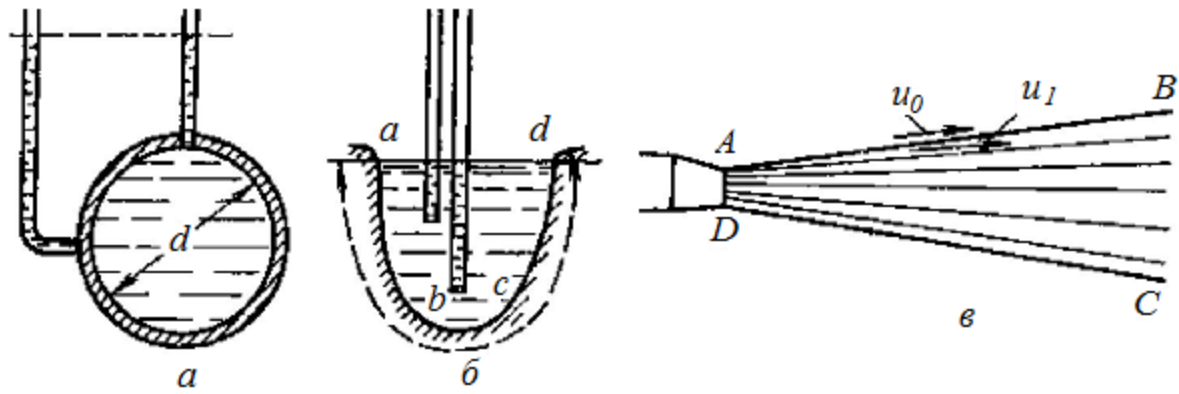


Рисунок 2.18 – Види потоків

*Безнапірним* називається потік, що обмежений твердими стінками не з усіх боків і має по всій довжині вільну поверхню (рис. 2.18, б). Прикладом такого потоку є вода в річці, водовідливної канавці шахти, тощо.

*Струменем* називається потік рідини, обмежений поверхнями розриву швидкостей (ABCD на рис. 2.18, в), тобто поверхнею в рухомій рідині, при переході через яку дотичні до цієї поверхні вектори швидкості стрибкоподібно змінюють свою величину. Прикладом такого потоку може служити струмінь води з пожежного брандспойта або гідромонітора.

### ***Живий переріз. Витрата. Середня швидкість потоку***

*Живий переріз*  $\omega$  – поверхня в межах потоку (поверхня АВ на рис. 2.19, а), нормальна в кожній своїй точці до лінії течії, що проходить через неї. При рівномірному або плавнозмінному русі живий переріз є плоским і дорівнює площі поперечного перерізу потоку. Розмірність –  $\text{м}^2$ .

*Периметр змочування*  $\chi$  – довжина контуру живого перерізу по твердим стінкам русла. Розмірність – м.

*Гідравлічний радіус*  $R$  – відношення площі живого перерізу до змоченого периметру, м:

$$R = \frac{\omega}{\chi}.$$

Для круглого перерізу гідравлічний радіус дорівнюватиме четвертій частині діаметра.

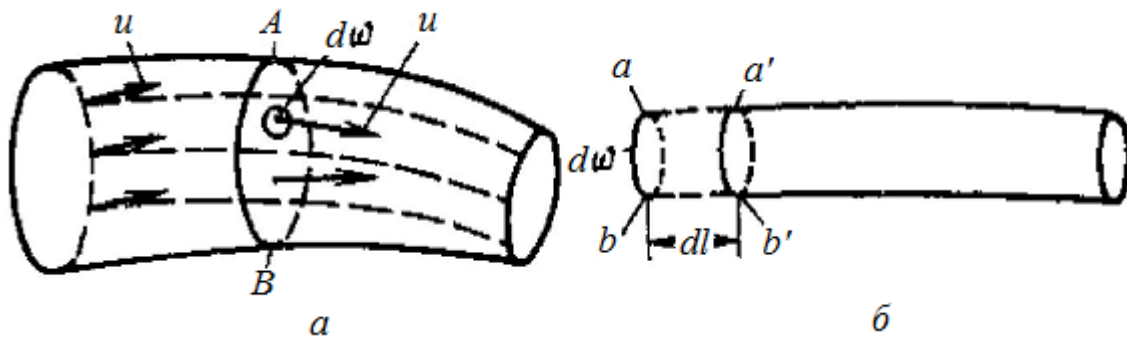


Рисунок 2.19 – Живий переріз і виведення рівняння витрати

Кількість рідини, що проходить через живий переріз в одиницю часу, називається *витратою*.

В елементарному струмені (рис. 2.19, б) швидкість однакова у всіх точках нескінченно малого живого перерізу. За нескінченно малий час  $dt$  живий переріз  $ab$  переміститься в положення  $a'b'$  на довжину  $dl$ , описавши об'єм  $dV = d\omega dl$ . При цьому елементарна витрата:

$$dQ = \frac{dV}{dt} = \frac{dl}{dt} d\omega,$$

де  $dl/dt = u$  – швидкість частинок.

Звідси витрата в елементарному струмені через живий переріз:

$$dQ = u d\omega.$$

У різних точках живого перерізу потоку  $AB$  (рис. 2.19, а) швидкості різні, тому для встановлення витрати необхідно взяти визначений інтеграл по перерізу  $AB$ :

$$Q = \int_{\omega} u d\omega.$$

Розмірність витрати в одиницях СІ –  $\text{м}^3/\text{с}$ .

Таким чином витрата визначає об'єм рідини, що проходить в одиницю часу через даний живий переріз, тому вона називається *об'ємною витратою*.

При переміщенні рідини змінної густини зручніше визначати *масову витрату*  $Q_m$ , яка виражає масу рідини, що проходить в одиницю часу через даний живий переріз:

$$Q_m = \int_{\omega} \rho u d\omega.$$

Розмірність масової витрати в одиницях СІ – кг/с.

Аналітично отримані інтеграли можуть бути вирішені тільки в тому випадку, якщо відомий закон зміни швидкості по живому перерізу. В інших випадках цей інтеграл вирішується графічно або на основі експериментальних даних. Для цього живий переріз потоку розбивають на площі  $\Delta\omega$ , з однаковою швидкістю  $u$  на кожній з них (див. рис. 2.20). Об'ємна витрата через живий переріз буде дорівнює сумі витрат через намічені площі:

$$Q = \sum u_i \Delta\omega_i.$$

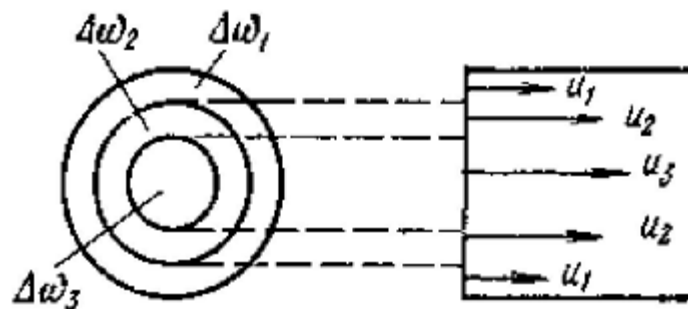


Рисунок 2.20 – Визначення витрати рідини

Об'ємна витрата є одним з основних параметрів потоку і визначає кількість рідини (газу), що транспортується в одиницю часу по трубопроводу або споживається різними установками. Тому в інженерних

розрахунках значення витрати зазвичай є заданим. У більшості випадків невідома зміна швидкості по живому перерізу, внаслідок чого введено поняття *середньої швидкості*. Вона визначається як частка від ділення об'ємної витрати на живий перетин потоку, м/с:

$$v = Q / \omega.$$

Об'ємна витрата може бути визначений через середню швидкість:

$$Q = v\omega.$$

Відповідно масова витрата:

$$Q_m = \rho v\omega.$$

Якщо відома епюра швидкостей в межах живого перерізу, то середня швидкість:

$$v = \frac{1}{\omega} \int_{\omega} u d\omega.$$

### **Рівняння нерозривності потоку**

*Рівняння нерозривності* (суцільності) є математичним виразом закону збереження маси в гідромеханіці.

У рідині, що рухається, виділимо паралелепіпед об'ємом  $dV$  (рис. 2.21) з нескінченно малими ребрами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ . Рідина проходить через нього за нескінченно малий час  $dt$ . Маса рідини, що входить в об'єм  $dV$ , дорівнює  $\delta m_1$ , а маса рідини, що виходить з нього –  $\delta m_2$ . Тоді на вісь  $0x$ :

$$\delta m_{x1} = \rho_1 u_{x1} dydzdt;$$

$$\delta m_{x2} = \rho_1 u_{x1} dydzdt + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} dx dy dz dt.$$

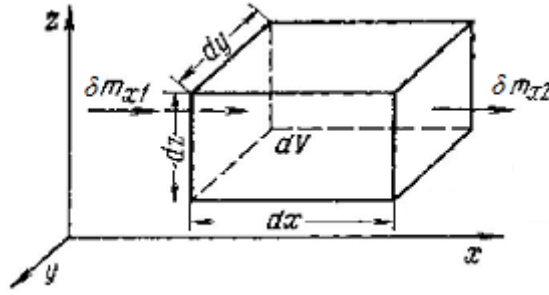


Рисунок 2.21 – Схема до виведення рівняння нерозривності

Приріст маси рідини, який викликаний зміною її густини, за час  $dt$  у напрямку осі  $Ox$ :

$$\Delta m_x = \delta m_{x1} - \delta m_{x2} = -\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} dx dy dz dt = -\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} dV dt,$$

так як  $dV = dx dy dz$ .

Аналогічно для інших осей:

$$\Delta m_y = -\frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} dV dt;$$

$$\Delta m_z = -\frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} dV dt.$$

Приріст маси в паралелепіпеді:

$$\Delta m_{\Pi} = \Delta m_x + \Delta m_y + \Delta m_z = -\left(\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z}\right) V dt.$$

Приріст маси рідини в об'ємі  $dV$  за час  $dt$  можливий лише внаслідок зміни її густини, тому:

$$\Delta m_{\Pi} = \frac{\partial \rho}{\partial t} dV dt.$$

Таким чином справедлива рівність:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dV dt = -\left(\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z}\right) dV dt.$$

Після перетворення отримано рівняння нерозривності у формі Ейлера:



$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0.$$

Для стаціонарного руху ( $\partial \rho / \partial t = 0$ ) рівняння нерозривності матиме вигляд:

$$\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0.$$

Якщо рідина нестислива ( $\rho = \text{const}$ ), то рівняння нерозривності:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0.$$

Виділимо на досить малій довжині потоку рідини об'єм, обмежений поверхнею  $abcd$  (рис. 2.22, а). При такій довжині можна вважати живі перерізи входу  $ac$  і виходу  $bd$  однаковими і рівними  $\omega$ .

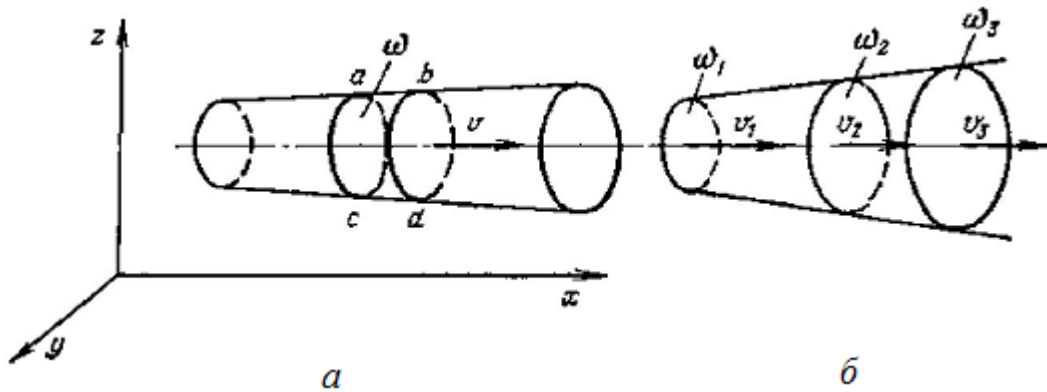


Рисунок 2.22 – Виведення рівняння нерозривності для потоку

Так як середня швидкість  $v$  паралельна осі  $x$ , то  $v_x = v$ ;  $v_y = 0$ ;  $v_z = 0$ . Використовуючи рівняння нерозривності для стаціонарного потоку, отримаємо  $\partial \rho v / \partial x = 0$ . Звідси  $\rho v = \text{const}$ , а оскільки  $\omega = \text{const}$ , то

$$Q_m = \rho v \omega = \text{const}.$$

Таким чином, головна умова нерозривності – постійність масової витрати.

Для нестисливої рідини ( $\rho = \text{const}$ ) з рівняння нерозривності випливає, що  $\partial v / \partial x = 0$ , тобто  $v = \text{const}$ . Звідси умова нерозривності виражається у наступному вигляді:

$$Q = v\omega = \text{const}.$$

Якщо живий переріз потоку змінюється по його довжині (рис. 2.22, б), то для нестисливої рідини:

$$Q = v_1\omega_1 = v_2\omega_2 = v_3\omega_3 = \text{const}.$$

Таким чином, середня швидкість рідини змінюються обернено пропорційно площі живого перерізу.

Якщо густина рідини змінюється по довжині потоку, то

$$Q_m = \rho_1 v_1 \omega_1 = \rho_2 v_2 \omega_2 = \rho_3 v_3 \omega_3 = \text{const}.$$

Даний вираз є справедливим для газів, якщо швидкість менше швидкості звуку, і для краплинних рідин при відсутності кавітації.

### Запитання для самоконтролю

1. Як змінюється тиск при збільшенні глибини занурення?
2. Яка максимальна величина вакууму?
3. Що тіло тиску?
4. Чим відрізняються способи опису руху рідини за Лагранжем і Ейлером?
5. Як зміниться швидкість води в трубі при зменшенні її діаметру в два рази?

### Лекція №3

**Тема:** Основи гідродинаміки

*Зміст лекції. Диференційне рівняння руху та балансу енергії нев'язкої рідини. Рівняння Бернуллі для елементарного потоку нев'язкої рідини. Енергетичний та гідравлічний зміст рівняння Бернуллі. Рівняння Бернуллі для газу змінної густини. Рівняння Бернуллі для елементарного потоку в'язкої рідини. Коефіцієнт Коріоліса.*

*На СРС: рівняння Бернуллі для газу змінної густини.*

**Гідродинаміка** – наука про рух рідини під дією зовнішніх сил і механічну взаємодію між рідиною і контактуючими з нею тілами при їх відносному русі.

#### **Диференціальні рівняння руху та балансу енергії для нев'язкої рідини**

У нев'язкої рідини відсутні сили внутрішнього тертя і, отже, розсіювання енергії при русі. Таку рідини називають ідеальною. Запас енергії в одиниці маси ідеальної рідини, що рухається, постійний. При русі, крім об'ємних і поверхневих сил у рідині діють і сили інерції.

У відповідності з принципом Даламбера для одиниці маси рідини рівняння руху може бути отримано, якщо до проекцій масових і поверхневих сил додати зі зворотним знаком проекції сил інерції, віднесені до одиниці маси ( $j=P_i/m$ ).

$$\begin{cases} X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - j_x = 0, \\ Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - j_y = 0, \\ Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - j_z = 0. \end{cases}$$

Підставивши величини  $j_x$ ,  $j_y$ ,  $j_z$  з урахуванням того, що при стаціонарному русі  $\partial u_x / \partial t = \partial u_y / \partial t = \partial u_z / \partial t = 0$ , отримано рівняння руху Ейлера:

$$\begin{cases} X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z} u_z \right) = 0, \\ Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_y}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_y}{\partial z} u_z \right) = 0, \\ Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \left( \frac{\partial u_z}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_z}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_z}{\partial z} u_z \right) = 0. \end{cases}$$

Мірою руху рідини є енергія, яка характеризується роботою, що виконуються рідиною при гальмуванні (кінетична енергія), і роботою, яку виконують масові і поверхневі сили (потенційна енергія) при переході від розглянутого положення в просторі до нульового (для останнього потенційна енергія умовно вважається рівною нулю). Отже, для отримання рівняння енергії необхідно знайти роботу, яку виконують сили при переміщенні одиниці маси на відрізок  $dl$  по лінії течії.

Помноживши члени рівняння на масу  $m$  та проекцію  $dl$  на вісь  $x$  (рис. 3.1), отримано диференціальне рівняння енергії в проекціях на вісь  $x$ :

$$m \left[ X dx - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dx - \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z} u_z \right) dx \right] = 0.$$

Запишемо останній від'ємник, враховуючи, що  $dx = u_x dt$ :

$$\left( \frac{\partial u_x}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z} u_z \right) dx = \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} u_x + \frac{\partial u_x}{\partial y} u_y + \frac{\partial u_x}{\partial z} u_z \right) u_x dt.$$

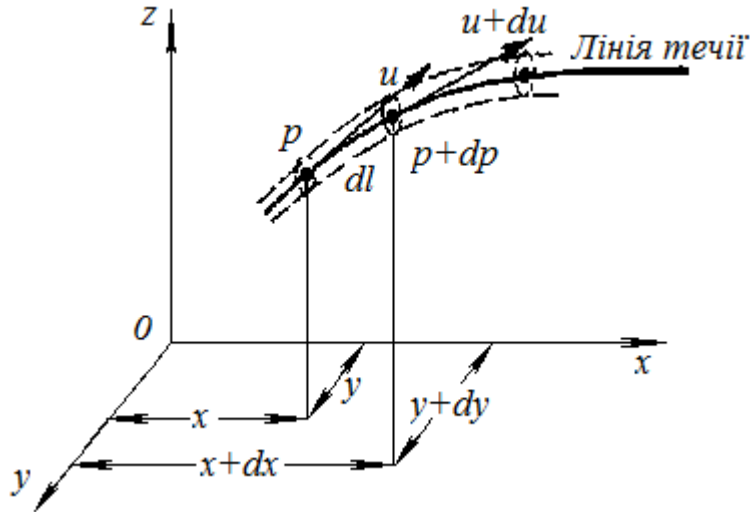


Рисунок 3.1 – Розрахункова схема до виведення рівняння руху і балансу енергії ідеальної рідини

Враховуючи, що  $u_x = dx/dt$ ,  $u_y = dy/dt$ ,  $u_z = dz/dt$ :

$$\left( \frac{\partial u_x}{\partial x} dx + \frac{\partial u_x}{\partial y} dy + \frac{\partial u_x}{\partial z} dz \right) u_x = u_x du_x = \frac{du_x^2}{2}.$$

Звідси диференціальне рівняння енергії в проекціях на вісь x:

$$m \left( X dx - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} dx - \frac{du_x^2}{2} \right) = 0.$$

Аналогічно для інших осей:

$$m \left( Y dy - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} dy - \frac{du_y^2}{2} \right) = 0,$$

$$m \left( Z dz - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} dz - \frac{du_z^2}{2} \right) = 0.$$

Склавши почленно всі рівняння, отримано рівняння повної енергії:

$$m \left[ (X dx + Y dy + Z dz) - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) - \frac{d(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)}{2} \right] = 0$$

Так як другий член рівняння є повним диференціалом тиску, то рівняння енергії:

$$m \left( Xdx + Ydy + Zdz - \frac{1}{\rho} dp - \frac{du^2}{2} \right) = 0.$$

Всі члени цього рівняння мають розмірність енергії – Дж.

В отримане рівняння входить маса  $m$ , яка може змінюватись при переміщенні рідини. Тому для отримання загального виразу, який не залежить від значення маси, повний запас енергії відносять до одиниці маси, об'єму або сили тяжіння.

Енергія, віднесена до одиниці маси, називається питомою енергією і широко використовується при дослідженні руху газів із змінною густиною. Для отримання питомої енергії розділимо отримане рівняння на масу  $m$ :

$$Xdx + Ydy + Zdz - \frac{1}{\rho} dp - \frac{du^2}{2} = 0.$$

Розмірність всіх членів цього рівняння: Дж/кг=м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>.

Досліджуючи рух газів, при якому можна вважати  $p=\text{const}$ , зручно користуватися енергією, віднесеної до одиниці об'єму. Для цього рівняння енергії необхідно розділити на об'єм  $V$ . Маса, поділена на об'єм, дорівнює густині, і рівняння набуде вигляду:

$$\rho(Xdx + Ydy + Zdz) - dp - \frac{d\rho u^2}{2} = 0.$$

Розмірність членів цього рівняння: Дж/м<sup>3</sup>=Н/м<sup>2</sup>=Па.

Найширше в гідромеханіці, особливо при дослідженні руху краплинних рідин, користуються енергією, віднесеною до одиниці сили тяжіння. Для чого рівняння енергії рідини необхідно розділити на  $mg$ :

$$\frac{1}{g}(Xdx + Ydy + Zdz) - \frac{dp}{\rho g} - \frac{du^2}{2g} = 0.$$

Всі члени рівняння мають розмірність довжини  $L$ , яка в гідромеханіці називається напором. Розмірна одиниця напору в системі СІ – Дж/Н=м.

Напір виражається висотою в метрах стовпа рухомої рідини.

### Рівняння Бернуллі для елементарного струменю нев'язкої рідини

Розглянемо елементарний струмінь рідини при стаціонарному русі, що відбувається в полі потенціальних сил (тяжіння і тиску). У декартовій системі координат орієнтуємо площину  $xOy$  горизонтально, нормально до прискорення сили тяжіння  $g$  (рис. 3.2). Площина  $xOy$  називається *площиною порівняння* потенціальної енергії. У цих умовах проекції одиничних масових сил будуть:  $X = 0$ ;  $Y = 0$ ;  $Z = -g$ . Підставляючи їх значення в рівняння балансу енергії, віднесені до одиниці маси, об'єму та ваги, і враховуючи, що у всіх точках живого перерізу елементарного струменю частинки рухаються з однаковою швидкістю, отримано:

$$\begin{cases} \frac{du^2}{2} + \frac{dp}{\rho} + g dz = 0, \\ \frac{d\rho u^2}{2} + dp + \rho g dz = 0, \\ \frac{du^2}{2g} + \frac{dp}{\rho g} + dz = 0. \end{cases}$$

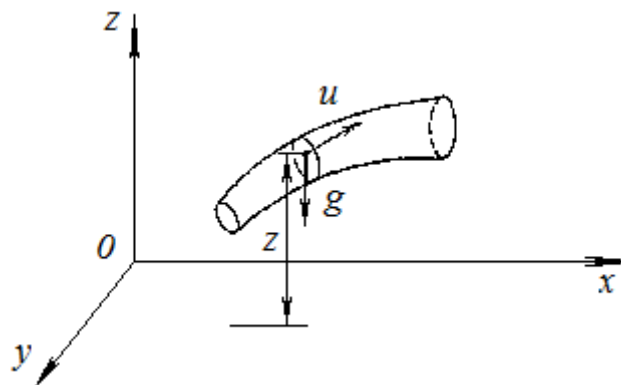


Рисунок 3.2 – Схема до виведення рівняння Бернуллі

З урахуванням того, що в гідромеханіці розглядаються практично нестисливі рідини, після інтегрування отримано рівняння:

- повної енергії:

$$e_{\pi} = \frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = \text{const};$$

- повного тиску:

$$p_{\pi} = \frac{\rho u^2}{2} + p + \rho gz = \text{const};$$

- повного напору:

$$H_{\pi} = \frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z = \text{const}.$$

Ці вирази є рівняннями Бернуллі. Вони представляють собою математичну модель закону збереження енергії вздовж елементарного струменю нев'язкої, нестисливої рідини відносно прийнятої поверхні порівняння.

Для рідини змінної густини (газів при змінних температурі та тиску) рівняння повної питомої енергії:

$$e_{\pi} = \frac{u^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} + gz = \text{const}.$$

### **Енергетичний і гідравлічний зміст рівняння Бернуллі**

Члени рівняння Бернуллі виражають запас енергії, якою володіє одиниця маси, об'єму або сили тяжіння відносно довільно прийнятої горизонтальної площини порівняння. Сума членів рівняння Бернуллі дає повний запас енергії, яким володіє одиниця маси  $e_{\pi}$ , об'єму  $p_{\pi}$  або сили тяжіння  $H_{\pi}$  щодо прийнятої площини порівняння.

Члени  $u^2/2$ ,  $\rho u^2/2$ ,  $u^2/2g$  виражають кінетичну енергію;

суми членів  $p/\rho + gz$ ,  $p + \rho gz$ ,  $p/\rho g + z$  – потенційну енергію,



де  $gz$ ,  $pgz$ ,  $z$  - потенційна енергія положення;

$p/\rho$ ,  $p/\rho g$  - потенційна енергія тиску, відносно одиниці маси, одиниці об'єму, одиниці сили тяжіння.

Вираз повного напору для нестисливої рідини:

$$H_{\Pi} = \frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + z,$$

де  $H_{\text{шв}} = u^2/2g$  - швидкісний напір, який визначає питому кінетичну енергію;

$H_p = p/\rho g$  - п'єзометричний напір;

$H_r = z$  - геометричний напір, який відповідає перевищенню осі трубки над площиною порівняння.

Сума п'єзометричного і геометричного напору дорівнює статичному напору ( $H_{\text{ст}} = H_p + H_r$ ). Статичний напір визначає запас потенціальної енергії сили тяжіння в даному перерізі струменю відносно прийнятої площини порівняння.

Таким чином повний напір є сумою швидкісного і статичного напору:

$$H_{\Pi} = H_{\text{шв}} + H_{\text{ст}}.$$

П'єзометричний напір вимірюється п'єзометром - трубкою, початковий переріз якої розташований дотично до вектора швидкості.

Сума п'єзометричного і швидкісного напорів в точці вимірювання визначається як висота підйому рідини в трубці Піто - трубці, початковий переріз якої розташований нормально до вектора швидкості. Швидкісний напір вимірюють як різниця рівнів в трубці Піто і в п'єзометрі. Розглянуті трубки широко застосовуються для визначення швидкості краплинних рідин. У такому випадку їх називають гідрометричними. У поєднанні п'єзометр і трубку Піто називають трубками Піто-Прандтля.

Оскільки відмітка рівня рідини в трубці Піто відносно площини порівняння дорівнює повного напору  $H$ , то у всіх трубках Піто, встановлених у різних перерізах уздовж струменю, рівень рідини буде знаходитися на одній і тій же позначці (див. рис. 3.3):

$$H_{\text{п}} = \frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 = \frac{u_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\rho g} + z_3.$$

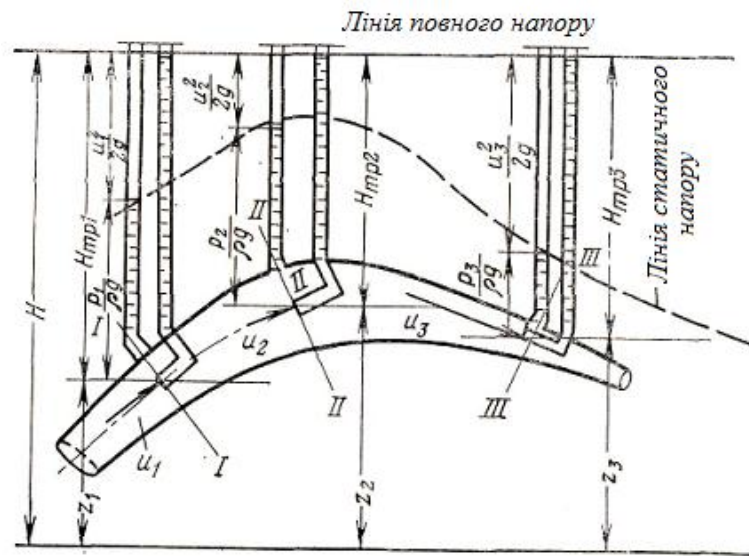


Рисунок 3.3 – Гідравлічний смисл рівняння Бернуллі

Лінія, що з'єднує рівні рідини в швидкісних трубках, називається *лінією повного напору*, а рівні в п'єзометричних трубках – *лінією статичного напору*. У цьому полягає гідравлічний (геометричний) сенс рівнянь Бернуллі.

З рівнянь і графіків напорів (рис. 3.3) випливає, що уздовж елементарного струменю невязкої рідини статичні і швидкісні напори можуть бути різними, але їх сума (повний напір  $H_{\text{п}}$ ) – постійна. Отже, лінія повного напору для невязкої рідини має вигляд прямої, паралельної площині порівняння.

## Рівняння Бернуллі для елементарного струменю в'язкої рідини

Повний напір у будь-якому перетині струменю в'язкої рідини визначається тими ж складовими, що і для невіязкої рідини. Однак значення повного напору в перетинах буде різне. Це зумовлено витратою частини енергії рідини на подолання гідравлічних опорів (тертя частинок одна об одну, об стінки). При цьому частина гідравлічної енергії перетворюється в теплову або механічну (коливання трубопроводу) і розсіюється в зовнішнє середовище. Отже, напір в перерізі *II-II* (рис. 3.4) буде меншим, ніж у перерізі *I-I* на величину втрат напору. Останні визначаються як різниця повних напорів у відповідних перетинах:

$$H_{\text{вт } 1-2} = H_2 - H_1.$$

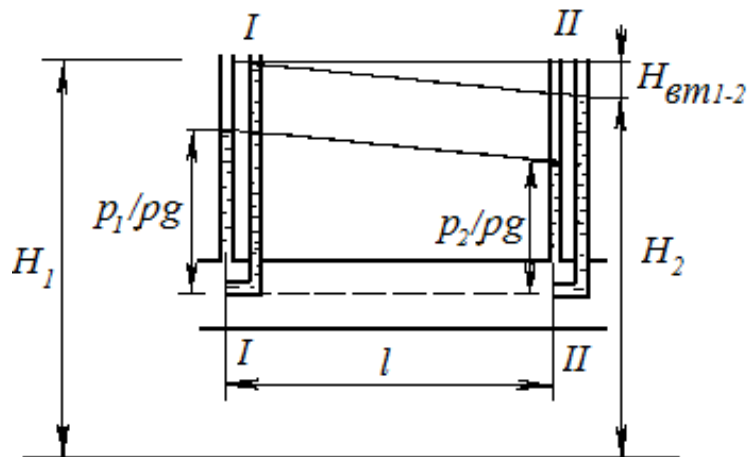


Рисунок 3.4 – Графічне визначення втрат напору

Звідси, якщо  $\rho = \text{const}$ , отримано рівняння Бернуллі для струменю в'язкої рідини:

$$\begin{cases} \frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + H_{\text{вт } 1-2}, \\ \frac{\rho u_1^2}{2} + p_1 + \rho g z_1 = \frac{\rho u_2^2}{2} + p_2 + \rho g z_2 + p_{\text{вт } 1-2}, \\ \frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g z_1 = \frac{u_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g z_2 + e_{\text{вт } 1-2}. \end{cases}$$

Ліві частини рівнянь дають відповідно повний напір, повний тиск, повний запас питомої енергії елементарного струменю в перерізі I-I відносно прийнятої площини порівняння.

На відміну від елементарного струменю швидкості частинок рідини в різних точках живого перерізу неоднакові. Тому при визначенні кінетичної енергії через середню швидкість допускається неточність, яку необхідно врахувати.

Кінетична енергія рідини в перерізі елементарного струменю:

$$dE_k = \frac{u^2}{2} \rho dV,$$

де  $dV$  – елементарний об'єм рідини, що проходить через живий переріз струменю за час  $t$ , тобто  $dV = t dQ = t u d\omega$ .

Звідси:

$$dE_k = \frac{t\rho}{2} u^3 d\omega.$$

Для потоку запас кінетичної енергії:

$$E_k = \frac{t\rho}{2} \int u^3 d\omega,$$

а швидкісний напір:

$$H'_{шв} = \frac{E_k}{t\rho g Q} = \frac{\int u^3 d\omega}{2gQ}.$$

Швидкісний напір  $H'_{шв}$ , виражений через середню швидкість  $v$ , не дорівнює дійсному швидкісному напору  $H'_{шв}$ . Відношення дійсного швидкісного напору до розрахованого за середньою швидкістю називається *коефіцієнтом Коріоліса*:

$$\alpha = \frac{H'_{шв}}{H_{шв}} = \frac{\int u^3 d\omega}{2gQ} \cdot \frac{2g}{v^2} = \frac{\int u^3 d\omega}{Qv^2} = \frac{\int u^3 d\omega}{v^3 \omega}.$$

Для рівномірного турбулентного потоку  $\alpha=1\div 1,13$ , для рівномірного ламінарного потоку  $\alpha=2$ . На ділянках нерівномірного руху внаслідок

спотворення поля швидкостей коефіцієнт  $\alpha$  може мати різні значення, досягаючи 5 і більше одиниць.

Підстановкою в рівняння Бернуллі для струменю в'язкої рідини замість місцевої швидкості  $u$  середню швидкість  $v$ , ввівши поправку до швидкісного напору  $H_{шв} = \alpha v^2/2g$ , отримано рівняння Бернуллі для потоку в'язкої рідини:

$$\begin{cases} \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + H_{вт1-2}, \\ \frac{\rho \alpha_1 v_1^2}{2} + p_1 + \rho g z_1 = \frac{\rho \alpha_2 v_2^2}{2} + p_2 + \rho g z_2 + p_{вт1-2}, \\ \frac{\alpha_1 v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + g z_1 = \frac{\alpha_2 v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + g z_2 + e_{вт1-2}. \end{cases}$$

Ліві частини рівнянь дають відповідно повний напір, повний тиск, повний запас питомої енергії потоку в перерізі I-I відносно прийнятої площини порівняння.

Розсіювання енергії призводить до втрат її запасу по довжині потоку. Ці втрати покриваються, в основному, за рахунок потенціальної енергії і виражаються як втрати напору, тиску і питомої енергії.

Для потоку краплинної рідини відношення втрат напору до довжини потоку  $l$  називається *гідравлічним ухилом*:

$$i = H_{вт1-2}/l.$$

Гідравлічний ухил – безрозмірна величина, яка характеризує втрату напору на одиницю довжини. Зокрема, для горизонтального напірного рівномірного потоку  $v_1=v_2$ ,  $\alpha_1=\alpha_2$ ,  $z_1=z_2$ . Згідно рівняння Бернуллі для потоку в'язкої рідини, втрати напору визначаються зміною п'єзометричного напору, тому гідравлічний ухил:

$$i = \left( \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} \right) / l.$$

Втрати напору в загальному вигляді є, як правило, функцією швидкісного напору:

$$H_{\text{вт}} = \zeta_o v^2 / 2g,$$

де  $\zeta_o$  – коефіцієнт опору гідравлічної системи.

### **Використання рівнянь Бернуллі для розв’язку задач**

Рівняння Бернуллі широко використовуються для вирішення практичних задач, наприклад, для розрахунку трубопроводів, гідроприводів, гідравлічних машин.

Перед вирішенням задачі необхідно намалювати схему потоку, обрати в ньому живі перерізи (два чи більше) і провести площину порівняння.

Перерізи проводять нормально до напрямку руху рідини на ділянках рівномірного руху і нумерують за напрямом руху рідини. Перерізи рекомендовано вибирати так, щоб в одному з них були відомі значення всіх складових, що входять до рівняння Бернуллі, а в іншому – одне невідоме. Переріз можна провести по вільній поверхні рідини, де її швидкість дорівнюватиме 0. Крім того, бажано приймати значення абсолютного тиску, враховуючи можливість вакууму у деяких перерізах.

Площина порівняння може бути проведена в будь-якому місці: поза гідравлічною системою або через центр (центри) тяжіння одного перерізу (всіх перерізів) потоку, розміщеного горизонтально. В останньому випадку енергія положення в одному або декількох перерізах дорівнює 0.

При кількох невідомих складових рівняння Бернуллі для вирішення задач додатково використовують рівняння витрати і нерозривності потоку.

*Приклад.* Рідина протікає через трубку Вентурі – пристрої (рис. 3.5), переріз якого звужується. Він служить для визначення витрати рідини.

Площину порівняння проведено через центр перерізу, таким чином виключено геометричні складові напорів ( $z=0$ ). Дифманометр вказує на різницю п'єзометричних тисків в перерізах 1-1 і 2-2. Нехтуючи втратами напору між цими перерізами, запишемо:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g},$$

або

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = h,$$

де  $h$  – покази дифманометра.

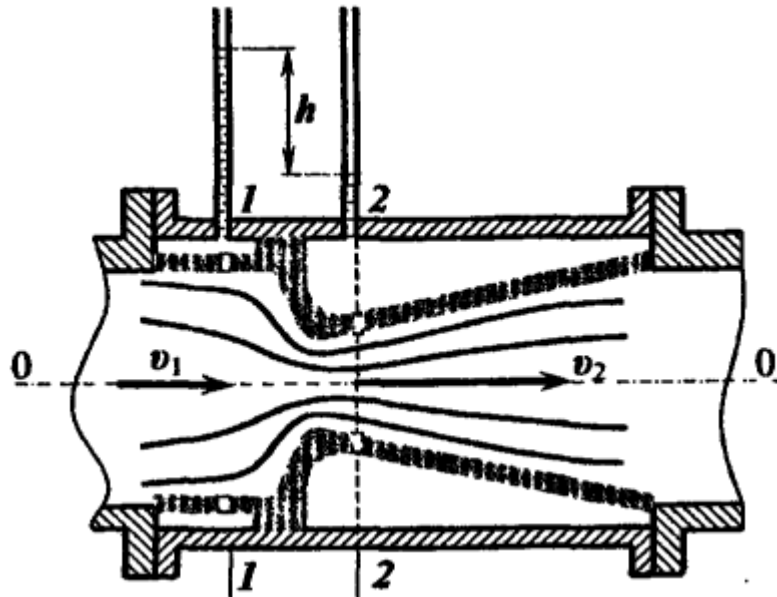


Рисунок 3.5 – Трубка Вентурі

З рівняння нерозривності потоку  $v_1 = \frac{\omega_2}{\omega_1} v_2$ , тоді

$$h = \frac{v_2^2}{2g} \left[ 1 - \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \right].$$

Звідси швидкість в другому перерізі:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}} = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4}}.$$

Витрата через пристрій:

$$Q = v_2 \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi d_2^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4}}.$$

### **Потужність потоку**

Для вирішення інженерних задач необхідно знати потужність потоку.

Робота, яку може зробити одиниця маси, об'єму чи ваги, визначається повними питомим запасом енергії, тиском, напором. Для отримання потужності необхідно помножити їх на відповідну витрату (масову, об'ємну, вагову). Звідси потужність потоку:

$$N_{\pi} = e_{\pi} \rho Q = p_{\pi} Q = H \rho g Q.$$

Розмірність потужності потоку – Вт.

Для переміщення в'язкої рідини необхідно надати потоку енергію, яка покриває втрати напору.

Приріст потужності, отримуваний потоками, які проходять через гідравлічні і пневматичні машини, визначається за перепадом: повних питомих енергій потоків – вхідного  $e_{\pi 1}$  в машину і вихідного  $e_{\pi 2}$ , тобто  $e_{\pi} = e_{\pi 2} - e_{\pi 1}$ ; повних тисків  $p_{\pi} = p_{\pi 2} - p_{\pi 1}$ ; повних напорів  $H = H_2 - H_1$ .

### **Гідравлічне рівняння кількості руху (рівняння імпульсів)**

Проекція приросту кількості руху тіла, що переміщується, на довільно вибрану вісь дорівнює сумі проекцій імпульсів зовнішніх сил на цю вісь, які діють на тіло за відповідний час. Якщо зовнішні сили постійні:



$$\sum P_x dt = (v_{2x} - v_{1x})dm,$$

де  $\sum P_x$  – проекція на вісь  $x$  сил, що діють на тіло;

$v_{2x}$ ,  $v_{1x}$  – проекція кінцевої і початкової швидкості руху елементарної маси  $dm$  на вісь  $x$ ;

$dt$  – нескінченно малий час.

Виділимо в потоці відсік рідини ABCD (рис. 3.6), який, переміщуючись під дією зовнішніх сил, за час  $dt$  займе положення A'B'C'D'. На виділений відсік діються сили: внутрішні, попарно рівні, які діють протилежно, і, як наслідок, зрівноважені; зовнішні – сила тяжіння, поверхневі сили гідродинамічного тиску, які діють на грані I-I і II-II, сили тертя і реакції стінок.

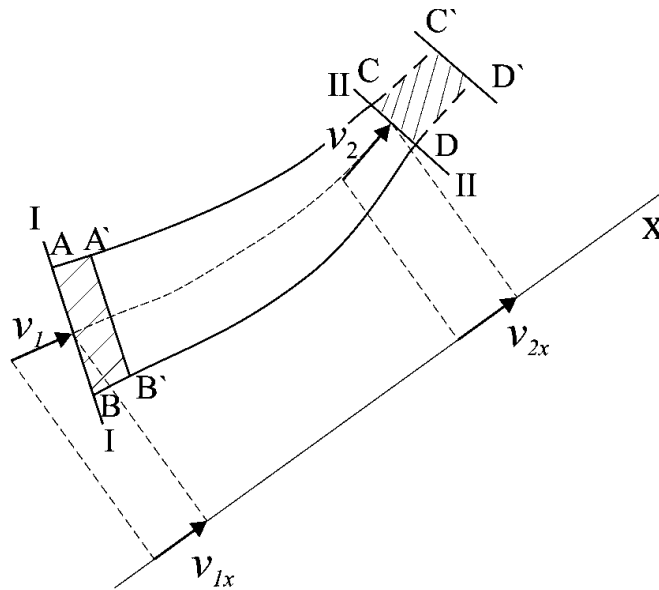


Рисунок 3.6 – Виведення гідралічного рівняння кількості руху

З рівняння нерозривності потоку масова витрата при стаціонарному русі вздовж потоку постійна.

Маса рідини, яка втікає у виділений відсік і витікає з нього під дією зовнішніх сил за час  $dt$ , визначається масою рідини, що знаходиться в

об'ємах AA'B'B і CC'D'D. Тоді, так як  $dm=Q_m dt$ , *гидравлічне рівняння кількості руху (рівняння секундної кількості руху)*:

$$\sum P_x = Q_m(v_{2x} - v_{1x}).$$

Сенс рівняння полягає в тому, що при переході від однієї виділеної в потоці контрольної поверхні I-I до іншої II-II сума проекцій на будь-яку координатну вісь зовнішніх сил, що діються на відсік ABCD (рис. 7.1) між контрольними поверхнями, дорівнює добутку масової витрати на приріст проекцій на ту ж вісь середніх швидкостей рідини, що рухається через контрольні поверхні.

Розглянемо струмінь рідини, який виходить із циліндричної насадки, розташованій нормально до перешкоди (рис. 3.7). На виділений перерізами I-I і II-II відсік діють сили:

- зовнішні, які залежать від тиску. Так як  $p_1=p_2=p_a$ , то надлишковий тиск відсутній, тобто  $P_1'=P_2'=0$ ;
- сила тяжіння  $G$ , прикладена до центра тяжіння відсіку;
- сила реакції, яка дорівнює силі тиску струменю на перешкоду:  
 $R_x = -P_x$ .

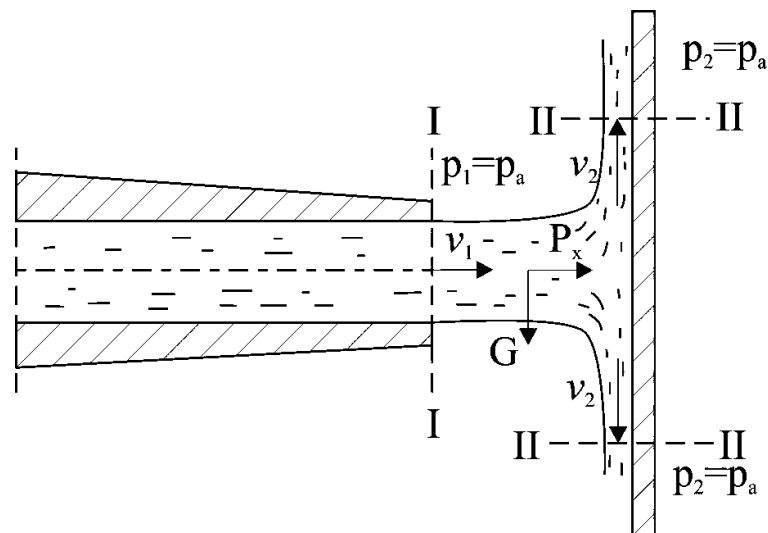


Рисунок 3.7 – Визначення сили тиску струменю рідини на перешкоду

Силою тертя знехтувано. Проектуючи зовнішні сили і кількість руху на вісь  $x$  отримано:  $G_x=0$ ,  $v_{x2}=0$ ,  $v_{x1}=v_1$ . З гідравлічного рівняння кількості руху:

$$-P_x = \rho Q(0 - v_1) \rightarrow P_x = \rho Q v_1.$$

Виразивши витрату через швидкість  $v_1$  і живий переріз  $\omega_1$ :

$$P_x = \rho v_1^2 \omega = 2\omega \frac{\rho v_1^2}{2} = 2\omega p_d,$$

де  $p_d = \rho v_1^2 / 2$  – динамічний тиск.

### **Запитання для самоконтролю**

1. Що входить до рівняння Бернуллі?
2. Що таке напір? У чому він вимірюється?
3. Що вимірюють гідрометричні трубки?
4. Як використовується коефіцієнт Коріоліса?
5. Від чого залежить сила тиску струменю на тверду стінку?

## Лекція №4

### Тема: Режими руху рідини

*Зміст лекції. Досліди Рейнольдса. Ламінарний режим руху та його закономірності. Закон розподілу швидкостей по перерізу. Витрата та середня швидкість потоку. Закон гідравлічного опору. Коефіцієнт Дарсі для ламінарного режиму. Турбулентний режим руху рідини і його закономірності. Дотична напруга і еюра швидкостей. Гідравлічно гладенькі та шорсткі трубопроводи. Коефіцієнт Дарсі при турбулентному русі. Місцеві гідравлічні опори.*

*На СРС: Коефіцієнт Дарсі для ламінарного режиму. Коефіцієнт Дарсі при турбулентному русі. Місцеві гідравлічні опори.*

### Досліди Рейнольдса

На початку XIX ст. багато дослідників (Хаген, Дарсі, Менделєєв та інші) зауважили, що при русі рідини характер і структура потоку рідини можуть бути різними. Найбільш глибоко і повно це питання було досліджене у 1883 р. англійським фізиком О. Рейнольдсом.

Експериментальна установка Рейнольдса (рис. 4.1) містить резервуар 1 із досліджуваною рідиною. У резервуарі підтримується постійний напір. Для цього в нього постійно подається рідина (на рисунку не вказано) і відводиться її надлишок. До резервуару приєднана прозора труба 2 з краном 3 для регулювання швидкості потоку. Вирівнюючий бак 4 знижує вплив гідравлічного удару, що виникає внаслідок відкриття крану 3. Витрата рідини фіксується за допомогою мірної ємності 5. Температура рідини контролюється термометром 6. У резервуарі 7 знаходиться рідка фарба з такою ж густиною як і досліджувана рідина. По тонкій трубці 8 ця фарба подається до центру трубки 2.

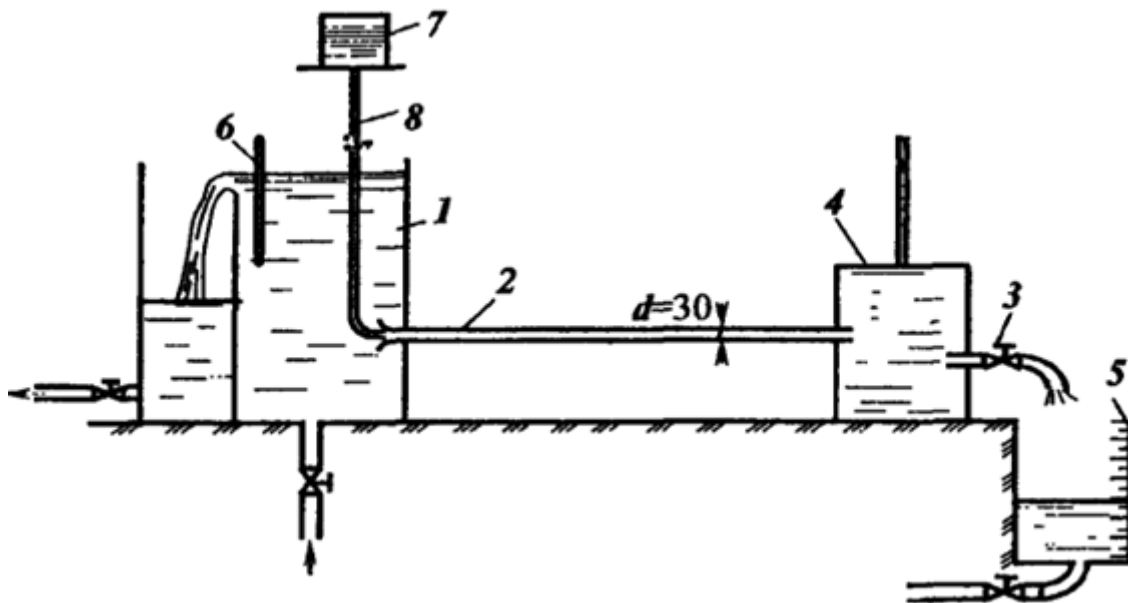


Рисунок 4.1 – Схема установки Рейнольдса

Під час експерименту Рейнольдса фарба рухалась у скляній трубі 2, проводилось спостереження за течією окремих струминок. При невеликому відкритті крану забарвлена струминка рухалась прямолінійно, без змішування з навколишньою масою рідини. Це свідчило про струминний (шаруватий) рух рідини. Такий режим рідини названо ламінарним (лат. *lamina* - шаруватий).

Після збільшення швидкості рідини (шляхом відкриття крану 3) характер руху частинок рідини змінювався. Забарвлена струминка зі збільшенням швидкості ставала звивистою, хиткою, в окремих місцях уривчастою, а відтак повністю розмивалася і змішувалася з усією масою рідини, що рухається в трубі. Тобто відбувався не тільки рух рідини вздовж осі трубки, а й поперечне переміщення частинок рідини по всьому перерізу потоку. Такий режим рідини названо турбулентним (лат. *turbulentus* – вихровий, безладний).

Рейнольдс провів на цій установці багато дослідів, змінюючи рідини, їх швидкість, температуру, діаметр і довжину труби. В результаті він встановив, що безрозмірний критерій режиму руху рідини (число Рейнольдса):

$$Re = \frac{vl}{\nu} = \frac{4Rv}{\nu},$$

де  $\nu$  – швидкість потоку;

$l$  – характерний лінійний розмір;

$\nu$  – кінематична в'язкість рідини;

$R$  – гідравлічний радіус потоку.

Значення швидкості та числа Рейнольдса, при яких відбувається перехід від одного режиму руху до іншого, називають *критичними* ( $v_{кр}$ ,  $Re_{кр}$ ). За даними Рейнольдса для труб круглого перерізу  $Re_{кр}=2320$ . У більш пізніх дослідження було досягнуто переходу від ламінарного до турбулентного руху при  $Re_{кр}=3\div5\cdot10^4$ . Однак у звичайних умовах при  $Re > 2320$  ламінарний режим є нестійким і найменше збурення переводить його в турбулентний. Тому для практичних розрахунків  $Re_{кр}=2320$ .

### **Ламінарний режим руху та його закономірності**

Ламінарний режим характеризується паралельно-струменевим впорядкованим рухом частинок рідини.

#### ***Розподіл швидкостей і тангенціальних напружень по перерізу***

Розподіл швидкостей потоку по перерізу при ламінарному русі розглянемо на прикладі потоку рідини в горизонтальній трубі радіусом  $r$  (див. рис. 4.2). Виділимо навколо осі труби об'єм у вигляді циліндра, радіус основи якого –  $y$ , довжина –  $l$ . Спроекуємо сили, що діють на нього. При рівномірному русі сума їх проекцій дорівнюватиме 0:

$$\Delta P_x - T_x - G_x = 0,$$

де  $\Delta P_x = P_{1x} - P_{2x}$  – проекція рівнодійної сил тиску на торці циліндру, направлена у напрямку руху рідини;

$T_x$  – проекція сили тертя, що діє на бічні стінки циліндра і направлена протилежно руху;

$G_x$  – проекція сили тяжіння.

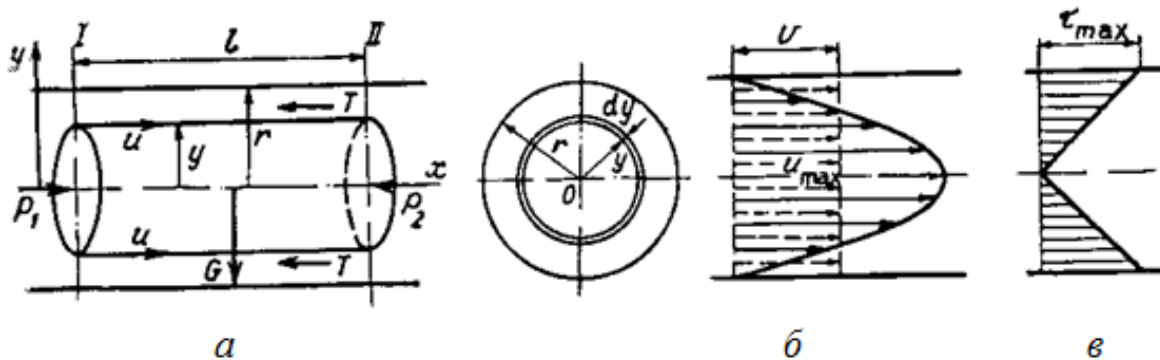


Рисунок 4.2 – Розподіл швидкостей потоку по перерізу при ламінарному режимі руху: а – розрахункова схема; б – епюра швидкостей; в – епюра тангенціальних напружень

На вісь  $x$  (паралельну напрямку руху) вказані сили будуть проектуватися:  $\Delta P_x = \Delta P$ ,  $T_x = T$ ,  $G_x = 0$ . Звідси  $\Delta P_x = T$ .

Водночас :

$$\Delta P = P_1 - P_2 = (p_1 - p_2)\pi y^2,$$

де  $p_1$  і  $p_2$  – тиски в перерізах I і II. Замінивши  $(p_1 - p_2)$  на  $\rho g l i$  (див. лекцію 6), отримано:

$$\Delta P = \rho g l i \pi y^2,$$

де  $i$  – гідралічний ухил.

Сила тертя (див. лекцію 1):

$$T = -\mu F \frac{du}{dy},$$

де  $F=2\pi y l$  – площа бічної поверхні циліндра.

Знак мінус означає, що зі збільшенням у швидкість частинок рідини зменшується. Тоді із заміною динамічної в'язкості на кінематичну:

$$T = -2\pi\nu\rho y l \frac{du}{dy},$$

Підставивши у  $\Delta P_x=T$  значення сил, отримано:

$$\rho g l i \pi y^2 = -2\pi\nu\rho y l \frac{du}{dy}.$$

Після перетворень та інтегрування:

$$du = -\frac{ig}{2\nu} y dy \rightarrow u = -\frac{ig}{4\nu} y^2 + C.$$

З початкових умов (біля стінок труби при  $y=r$  швидкість  $u=0$ ) встановлено:  $C = ig r^2 / 4\nu$ .

Звідси закон розподілу швидкостей по перерізу круглої труби при ламінарному режимі руху, встановлений Стоксом у XIX ст.:

$$u = \frac{ig}{4\nu} (r^2 - y^2).$$

При  $y=0$ , тобто в центрі труби:  $u_{max} = ig r^2 / 4\nu$ .

З рівняння очевидно, що при ламінарному режимі епюра швидкостей буде мати форму параболоїда обертання з вершиною, що лежить на осі труби.

Підставивши  $du/dy = -igy/2\nu$ , встановлено характер тангенціальних напружень:

$$\tau = -\mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{ig}{2\nu} y = \frac{\rho ig}{2} y.$$

Тобто зміна тангенціальних напружень вздовж радіуса труби проходить по лінійному закону. При чому  $\tau_{max} = \rho ig r / 2$  при  $y=r$  (біля стінки труби).



### ***Витрата і середня швидкість потоку. Коефіцієнт Коріоліса***

Знаючи розподіл швидкостей по перерізу, аналітично визначимо обчислити витрату, середню швидкість потоку, а також коефіцієнт Коріоліса. Виділимо в поперечному перерізі потоку елементарний живий переріз кільцевої форми радіусом  $y$  і шириною  $dy$  (див. рис. 4.2, а). Тоді витрата (враховуючи, що  $d\omega = \pi(y + dy)^2 - \pi y^2 = 2\pi y dy + (dy)^2 \approx 2\pi y dy$ ):

$$Q = \int_{\omega} \frac{ig}{4\nu} (r^2 - y^2) 2\pi y dy = \frac{\pi ig}{2\nu} \int_0^r (r^2 - y^2) y dy.$$

Після інтегрування:

$$Q = \frac{\pi i g r^4}{8\nu}.$$

Замінивши  $i = (p_1 - p_2)/\rho g l$ , а також  $r = d/2$ , отримано рівняння витрати при ламінарному режимі руху рідини:

$$Q = \frac{\pi}{128\mu} \frac{p_1 - p_2}{l} d^4.$$

Ця залежність була вперше встановлена в 1840 р. французьким фізіологом Ж. Пуазейлем при вивченні руху води в капілярних трубках (моделюючи до рух крові в кровоносній системі). Однак перший множник Пуазейль не встановив, тому в рівнянні використовувався коефіцієнт  $k$ . Пізніше Дж. Стокс встановив зв'язок коефіцієнта  $k$  з динамічною в'язкістю.

Середня швидкість потоку при ламінарному режимі руху:

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{\pi i g r^4}{8\nu} \frac{1}{\pi r^2} = \frac{i g r^2}{8\nu}.$$

З рівнянь максимальної швидкості струминки ламінарного потоку та його середньої швидкості:

$$\frac{v}{u_{max}} = \frac{i g r^2}{8\nu} \cdot \frac{4\nu}{i g r^2} = \frac{1}{2}.$$

Тобто середня швидкість потоку при ламінарному режимі його руху дорівнює половині максимальної швидкості.

Коефіцієнт Коріоліса для ламінарного режиму руху:

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\int u^3 d\omega}{v^3 \omega} = \frac{\int_0^r \left( \frac{ig}{4\nu} (r^2 - y^2) \right)^3 2\pi y dy}{\left( \frac{igr^2}{8\nu} \right)^3 \pi r^2} = \frac{16 \int_0^r (r^2 - y^2)^3 y dy}{r^8} = \\ &= \frac{16}{r^8} \int_0^r (r^6 y - 3r^4 y^3 + 3r^2 y^5 - y^7) dy = \\ &= \frac{16}{r^8} \left( \frac{1}{2} r^6 y^2 - \frac{3}{4} r^4 y^4 + \frac{1}{2} r^2 y^6 - \frac{1}{8} y^8 \right) \Big|_0^r = \\ &= \frac{16}{r^8} \left( \frac{8}{16} r^8 - \frac{12}{16} r^8 + \frac{8}{8} r^8 - \frac{2}{16} r^8 \right) = 2.\end{aligned}$$

### ***Гідравлічний опір, втрати напору, коефіцієнт Дарсі***

При русі потоку реальної рідини відбуваються втрати напору, так як частина його витрачається на подолання гідравлічних опорів.

Загальне визначення втрат напору:

$$H_{\text{вт}} = \zeta_o v^2 / 2g,$$

де  $\zeta_o$  – коефіцієнт опору (коефіцієнт втрат) гідравлічної системи, що визначає частку швидкісного напору, якій відповідають втрати напору.

Гідравлічні опори (відповідні втрати напору) розрізняють на:

- *опір по довжині*, який виникає при русі рідини по всій довжині рівномірного потоку і є залежним від неї;
- *місцевий опір*, який виникає при нерівномірному русі рідини в окремих місцях потоку.

Місцеві втрати напору:

$$H_{\text{м}} = \zeta_{\text{м}} v^2 / 2g,$$

де  $\zeta_{\text{м}}$  – коефіцієнт місцевого опору.

Коефіцієнт місцевого опору визначаються емпірично чи з довідкової літератури. Так для різкого повороту труби на  $90^\circ$   $\zeta_m=1,0$  в.о., для зворотного клапана – 5,5-6,5 в.о.

Втрати напору по довжині:

$$H_{\text{дв}} = \zeta_{\text{дв}} v^2 / 2g,$$

де  $\zeta_{\text{дв}}$  – коефіцієнт опору по довжині потоку.

Замінивши коефіцієнт опору по довжині потоку, отримано формулу Дарсі-Вейсбаха для визначення відповідних втрат напору в циліндричній трубі:

$$H_{\text{дв}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g},$$

де  $\lambda$  – коефіцієнт Дарсі (коефіцієнт гідравлічного тертя);

$l$  – довжина труби;

$v$  – середня швидкість потоку;

$d$  – внутрішній діаметр труби.

Цю формулу можна застосовувати для розрахунку потоків у трубопроводах і відкритих руслах із живими перерізами будь-якої форми:

$$H_{\text{дв}} = \lambda \frac{l}{4R} \frac{v^2}{2g},$$

де  $R$  – гідравлічний радіус.

Для розрахунків безнапірних потоків, гідравлічний ухил яких рівний ухилу дна русла, користуються формулою Шезі:

$$H_{\text{дв}} = \frac{lv^2}{RC^2},$$

де  $C = \sqrt{8g/\lambda}$  – коефіцієнт Шезі, м<sup>1/2</sup>/с.

Коефіцієнти Дарсі та Шезі визначаються, виходячи з типу руху рідини.

### ***Втрати напору, коефіцієнт Дарсі для ламінарного режиму руху***

Замінімо в рівнянні швидкості ламінарного потоку гідравлічний ухил як  $i=H_{\text{дв}}/l$  і вирішимо його відносно  $H_{\text{дв}}$ , перейшовши від радіуса до діаметра:

$$v = \frac{H_{\text{дв}} g r^2}{8 \nu l} \rightarrow H_{\text{дв}} = \frac{32 l \nu v}{g d^2}.$$

З отриманого виразу видно, що при ламінарному режимі руху втрати напору по довжині прямо пропорційні швидкості, залежать від в'язкості рідини і не залежать від шорсткості стінок труб.

Помноживши чисельник і знаменник рівняння на  $2\nu$ :

$$H_{\text{дв}} = \frac{32 l \nu v}{g d^2} \cdot \frac{2\nu}{2\nu} = \frac{64}{\nu d / \nu} \frac{l}{d} \frac{\nu^2}{2g}.$$

Звідси коефіцієнт Дарсі для круглої труби:

$$\lambda = \frac{64}{\nu d / \nu} = \frac{64}{Re}.$$

Експериментальні дослідження вказують, що фактичне значення коефіцієнта Дарсі є може відрізнятися від теоретичного. У загальному випадку:

$$\lambda = \frac{A}{Re},$$

де  $A$  – величина, що залежить від форми поперечного перерізу та стану трубопроводу (вм'ятин, напливів і т.д.), а також від виду, кількості та розташування зон місцевих опорів тощо.

Варто відзначити, що приведені вище закономірності справедливі тільки для ділянок трубопроводу зі сталим на певній відстані від входу в трубу ламінарним рухом. При вході ж у трубу частинки рідини мають приблизно однакові швидкості по перерізу. Тому тільки в безпосередній близькості до стінок (в тонкому пристінному шарі), внаслідок прилипання до них частинок рідини, відбувається майже раптове падіння швидкості до

нуля. З віддаленням від входу шари рідини, розташовані ближче до стінок, починають гальмуватися під впливом внутрішнього тертя. У той же час збільшується швидкість шарів, розташованих ближче до осі труби, так як витрата рідини залишається незмінною. Формування потоку закінчується, коли осьова швидкість перевищить у два рази середню швидкість, і встановиться характерний для ламінарного течії параболічний профіль швидкостей. Довжина ділянки (називається початковою ділянкою), на якій відбувається формування потоку:  $l_{\text{поч}}=0,065dRe$ .

Для розрахунку коротких труб, довжина яких  $l$  співвідноситься з  $l_{\text{поч}}$ , коефіцієнт Дарсі і втрати напору на початковій ділянці більше, ніж на ділянках зі сформованим потоком. При  $l \gg l_{\text{поч}}$  цим зазвичай нехтують.

### ***Ламінарний рух рідини у вузьких щілинах. Облітерація щілин***

Ламінарний рух рідини в плоских і кільцевих щілинах спостерігається при герметизації гідравлічних машин і апаратів, ущільнення рухомих і нерухомих елементів яких, в основному, забезпечується виконанням малого зазору між ними.

Розглянемо стаціонарне рівномірне ламінарне протікання рідини в плоскій щілині – зазорі між двома нерухомими паралельними пластинами (див. рис. 4.3, а). Відстань між ними  $s$  набагато менша за розміри пластин  $B$  і  $L$ . Проведемо в потоці у щілині два перерізи I-I і II-II на відстані  $l$  один від одного (рис. 4.3, б). Виділимо між цими перетинами симетрично осям  $Ox$  і  $Oz$  об'єм рідини у формі паралелепіпеда з розмірами  $2uxb \times l$ . Нехай  $p_1$  і  $p_2$  – тиск, що діє в перерізах I-I і II-II на гранях виділеного об'єму, нормальних до осі  $Ox$ . Площа кожної грані  $F=2yb$ .

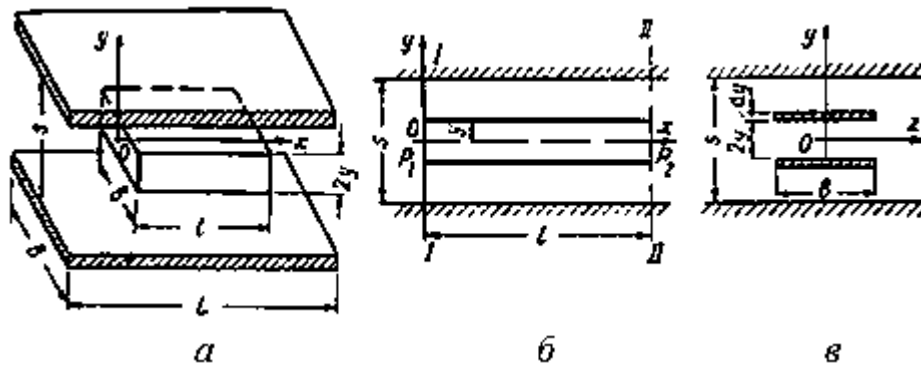


Рисунок 4.3 – Виведення закономірностей ламінарного протікання рідини у вузьких щілинах

Умовою рівноваги сил є рівняння  $\Delta P_x - T_x - G_x = 0$ , або  $(p_1 - p_2)F + \mu F_1 du/dy - 0 = 0$ , або  $\rho g l i \cdot 2yb = -\nu \rho \cdot 2l b du/dy$ . Тоді  $du = -igydy/\nu$ . Після інтегрування з урахуванням початкових умов (при  $y=s/2$  швидкість  $u=0$ ) отримано значення швидкості:

$$u = \frac{ig}{2\nu} \left( \frac{s^2}{4} - y^2 \right).$$

Швидкість є максимальною в центрі потоку ( $y=0$ ):  $u_{max} = igs^2/8\nu$ .

Знаючи  $u$ , визначимо елементарну витрату  $dQ$  через дві елементарні площадки, симетричні осі  $Oz$  (рис. 8.3, в), розмірами кожна  $d\omega = bdy$ :

$$dQ = u 2d\omega = \frac{ig}{2\nu} \left( \frac{s^2}{4} - y^2 \right) 2b dy.$$

Звідки, після інтегрування отримано витрату:

$$Q = \frac{igbs^3}{12\nu}.$$

Середня швидкість потоку:

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{Q}{sb} = \frac{igs^2}{12\nu}.$$

Співвідношення  $v/u_{max}$  у даному випадку дорівнює  $2/3$ .

Втрати напору  $H_{\text{дв}}=il$  знайдено шляхом вираження  $i$  з формули середньої швидкості:

$$H_{\text{дв}} = \frac{12lvv}{gs^2}.$$

У тому випадку, коли рідина проникає через вузьку щілину, утворену нерухомими стінками, на межі розділу твердої і рідкої фаз відбувається адсорбція поляризованих молекул рідини, зумовлена силами міжмолекулярної взаємодії. В результаті цього на поверхні стінок утворюється фіксований шар рідини, що володіє певною міцністю на зсув. Живий перетин потоку в щілині зменшується. Процес «зарощування» щілини називається *облітерацією*.

Нарощування облітераційного шару не відбувається нескінченно. Чим далі цей шар від твердої поверхні, тим більш рихлим він стає: зв'язок молекул послаблюється, і частинки рідини, відриваючись від поверхні шару, витісняються зі щілини. Інтенсивність облітерації залежить від роду рідини (найбільш сильно вона виявляється в рідинах, складних по молекулярному складу), перепаду тиску в щілині (збільшується при його підвищенні), а також від гідравлічного радіусу щілини (збільшується при його зменшенні). Хоча облітераційні шари мають порівняно невелику товщину (близько декількох мікрометрів), вони можуть займати у вузькій (капілярної) щілини істотну частину поперечного перерізу. Тим самим вони значно збільшують її опір і зменшують витрату (витік) рідини через щілину.

При облітерації в щілинах або зазорах для зрушення з місця одного з елементів, що утворюють ці щілину або зазор (наприклад, плунжера золотника), потрібні значно більші зусилля, ніж при її відсутності. Тому щоб уникнути виникнення облітерації необхідно, щоб один з сполучуваних елементів безперервно знаходився в русі.

## **Турбулентний режим руху рідини і його закономірності**

Турбулентний рух є найбільш розповсюдженим у природі та техніці. Незважаючи на це, питання механізму турбулентного режиму руху досі не отримали своє вирішення. Тому в гідромеханіці досі розрахунки турбулентного потоку виконуються відповідно до напівемпіричної двошарової моделі, запропонованої Прандтлем (та Карманом) і доповненої Буссінеском і Рейнольдсом.

### ***Механізм турбулентного руху і структура потоку***

Турбулентний потік характеризується безладним, хаотичним рухом. Поряд з основним поступальним переміщенням спостерігаються незакономірні поперечні переміщення і обертальні рухи частинок. Дійсну швидкість частинки в даний момент часу і в даній точці простору називають *миттєвою місцевою* або *актуальною* швидкістю. Ця швидкість в загальному випадку змінюється і по величині і по напрямку в кожен момент часу. Така зміна місцевої швидкості в часі називається *пульсацією швидкості*. Усереднене значення пульсацій дорівнює нулю. Пульсації швидкостей супроводжуються також і пульсаціями тисків і дотичних напружень.

При розрахунках турбулентних потоків вводиться поняття *усередненої місцевої швидкості  $\bar{u}$*  – фіктивної середньої швидкості у даній точці потоку за достатньо довгий відрізок часу. Якщо усереднена місцева швидкість залишається постійною в часі, то турбулентний потік умовно називають стаціонарним (квазістаціонарним). Для розрахунку турбулентного потоку користуються моделлю, яка представляє собою умовний потік рідини, частинки якої рухаються з усередненими місцевими швидкостями, а тиску в точках дорівнюють усередненим місцевим тискам



(модель Буссінеска-Рейнольдса). Застосування такої моделі полегшує вивчення турбулентного потоку, зберігаючи разом з тим його головні закономірності (у тому числі і рівняння Бернуллі).

Потрібно розрізняти поняття «середньої швидкості потоку»  $v$  та «місцевої усередненої швидкості»  $\bar{v}$ : в першому випадку усереднення відбувається по живому перерізу в даний момент часу, в другому – по часу в даній точці живого перерізу.

Досліди показують, що при турбулентному режимі біля стінок зберігається тонкий шар рідини, в якому частинки, пригальмовані і спрямовані стінками, зберігають в основному шаруватий, ламінарний характер руху. Це дозволило створити для розрахунку турбулентного потоку так звану двошарову модель, що складається з ламінарного прикордонного шару і турбулентного ядра. Подальші дослідження показали, що в прикордонному шарі дуже часто може спостерігатися турбулентний рух. Але характер зміни градієнтів швидкості в пристінному шарі такий же, як і при ламінарному режимі. Тому найчастіше даний шар останнім часом називають в'язким шаром.

Отже, структура турбулентного потоку складається з наступних зон (рис. 4.4): ламінарного (в'язкого) шару завтовшки  $\delta$ , турбулентного ядра і розташованої між ними тонкої перехідної ділянки, в якій по мірі наближення до ламінарного шару різко зменшуються турбулентні пульсації.



де  $\tau'$  – в'язкі дотичні напруження, які визначаються за законом Ньютона;

$\tau''$  – турбулентні дотичні напруження;

$A$  – турбулентна в'язкість, яка характеризує інтенсивність перемішування частинок.

Турбулентні дотичні напруження визначаються за формулою Прандтля:

$$\tau'' = \rho l^2 \left( \frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2,$$

де  $l$  – довжина шляху перемішування ( $l = \chi y$ ;  $y$  – відстань від стінки труби до розглянутого шару;  $\chi \approx 0,4$  – константа турбулентності).

У ламінарному шарі практично відсутні пульсації, тому рух формується за рахунок внутрішнього тертя. При цьому  $\tau \approx \tau'$ . Тут проходить різке зростання швидкості. У перехідному шарі значення  $\tau'$  та  $\tau''$  мають однаковий порядок, а епіюра швидкостей має найбільшу кривизну. В турбулентному ядрі відбувається інтенсивне перемішування частинок, тому  $\tau'' \gg \tau'$ . Звідси  $\tau \approx \tau''$ . Останні дослідження вказують, що розподіл швидкостей в ядрі потоку проходить по закону, близькому до логарифмічного.

Внаслідок цього вирівнювання швидкостей по перерізу турбулентного потоку  $v/\bar{u}_{max}$  значно більше, ніж при ламінарному режимі русі і залежить від числа Рейнольдса (див. табл. 4.1)

Таблиця 9.1 – Вирівнювання швидкостей в турбулентному потоці

| Re                | $10^4$ | $10^5$ | $10^6$ | $10^7$ |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|
| $v/\bar{u}_{max}$ | 0,78   | 0,85   | 0,88   | 0,90   |

Дослідженнями встановлено залежність відношення  $v/\bar{u}_{max}$  від  $\lambda$ :

$$v/\bar{u}_{max} = (1 + 1,3\sqrt{\lambda})^{-1}.$$

### **Гідравлічно гладенькі та шорсткі трубопроводи**

Для визначення коефіцієнта гідравлічного тертя (залежить від числа  $Re$  і шорсткості труби) при турбулентному режимі вводять поняття *гідравлічно гладких і шорстких* стінок. Характеристикою шорсткості труби є висота виступів шорсткості  $\Delta$  – *абсолютна шорсткість*. Відношення  $\Delta/d$  називають *відносною шорсткістю*, а зворотну величину  $d/\Delta$  – *відносною гладкістю*. Якщо товщина ламінарного шару  $\delta$  більше абсолютної шорсткості  $\Delta$ , то труби вважаються *гідравлічно гладкими* (рис. 4.5, а), при  $\delta < \Delta$  – *гідравлічно шорсткими* (рис. 4.5, б). Одна і та ж труба в залежності від швидкості руху (або  $Re$ ) може бути гідравлічно гладкою або шорсткою. Коефіцієнт Дарсі  $\lambda$  у цих випадках визначається за різними формулами. Треба відзначити, що для визначення  $\lambda$  різними дослідниками для різних діапазонів чисел  $Re$  запропоновано величезна кількість емпіричних і напівемпіричних залежностей.



Рисунок 4.5 – Гідравлічно гладенькі (а) та шорсткі (б) труби.  
Еквівалентна шорсткість (в)

Найбільш поширеною в даний час методикою визначення зон турбулентного режиму і залежностей для визначення коефіцієнта Дарсі є методика, побудована на підставі робіт, виконаних під керівництвом проф. Д. А. Альтшуля. Для турбулентного режиму в загальному вигляді закон опору  $I = av^n$ . Показник ступеня  $n$  змінюється в межах від 1,75 до 2. Різні

ступінь турбулентності характеризується своїм значенням  $n$ . Рух уздовж «гладких» стінок супроводжується втратами напору пропорційними  $v^{1,75}$ . Рух уздовж шорстких стінок розділяють на дві зони: зона доквадратичного ( $1,75 < n < 2$ ) і зона квадратичного опору ( $n=2$ ). Критерієм для визначення зони турбулентності по Альтшулю вважається  $Re \cdot \Delta_e / d$ , де  $\Delta_e$  – еквівалентна шорсткість, при якій втрати напору такі ж, як і при фактичній неоднорідній шорсткості. Так як природна шорсткість має різноманітні нерегулярні форми (див. рис. 4.5, а), встановити її усереднене значення неможливо. Тому параметр шорсткості вводиться як умовна величина  $\Delta_e$ , що визначається за спеціальною шкалою штучної однорідної шорсткості (рис. 4.5, в).

### ***Коефіцієнт Дарсі для турбулентного режиму***

Коефіцієнт Дарсі для турбулентного режиму визначають за емпіричними формулами у залежності критерієм, запропонованим Альтшулем.

1. У зоні гідравлічно гладеньких труб ( $4000 < Re < 20d/\Delta_e$ ) коефіцієнт Дарсі визначається за формулою Блазіуса:

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}}.$$

Таким чином,  $\lambda$  для гідравлічно гладеньких стінок залежить тільки від числа  $Re$ . Перекриваючи всі виступи шорсткості, в'язкий (ламінальний) шар «гасить» всі виникаючі біля стінки пульсації. Останні швидко затухають, тому шорсткість не впливає на втрати напору: рух турбулентного ядра відбувається немовби в гладкій трубі.

2. У зоні доквадратичного опору шорстких труб ( $20d/\Delta_e < Re < 500d/\Delta_e$ ) коефіцієнт Дарсі визначається за формулою Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{\Delta_e}{d} + \frac{0,68}{Re} \right)^{0,25}.$$

Формула Альтшуля універсальна: при малих числах  $Re$  вона близька до формули Блазіуса, а при великих – до формули Шифринсона.

3. У зоні квадратичного опору шорстких труб ( $Re \geq 500d/\Delta_e$ ) коефіцієнт Дарсі визначається за формулою Шифринсона:

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{\Delta_e}{d} \right)^{0,25}.$$

У зоні квадратичного опору в'язкий (ламінальний) шар практично зруйнований і шорсткість стінок вносить додаткові збурення в рух турбулентного ядра. Характеристики потоку є незалежними від числа  $Re$  (зона турбулентної автомодельності).

### **Місцеві гідравлічні опори**

Місцевими опорами називають короткі ділянки трубопроводів чи русел, на яких відбуваються зміни величини або напрямку швидкостей потоку. Втрати енергії в місцевих опорах, віднесені до одиниці ваги потоку рідини, називаються місцевими втратами напору і підраховуються за загальною формулою:

$$H_m = \zeta_m v^2 / 2g,$$

де  $\zeta_m$  – коефіцієнт місцевого опору.

Коефіцієнт місцевого опору залежить від виду місцевого опору, входу в нього і виходу рідини, шорсткості стінок, а також від числа Рейнольдса при малих його (числа) значеннях.

Іноді при розрахунках місцеві опори умовно замінюють на прямолінійні трубопроводи еквівалентної довжини.

Еквівалентна довжина  $l_e$  – довжина прямолінійної ділянки трубопроводу, втрати напору в якій дорівнюють втратам напору в даному місцевому опорі при однакових витратах рідини. Тобто:

$$l_e = \zeta_m d / \lambda.$$

За принципом накладання загальні втрати в трубопроводі:

$$H_{\text{вт}} = H_{\text{дв}} + H_{\text{м}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l_e}{d} \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g},$$

де  $L=l+l_e$  – розрахункова довжина трубопроводу.

### **Запитання для самоконтролю**

1. Які є режими руху рідини? Чим вони відрізняються? Який режим руху найбільш розповсюджений у техніці?
2. Як залежать втрати напору на тертя від швидкості при ламінарному русі рідини?
3. Чим усереднена місцева швидкість відрізняється від середньої швидкості?
4. Чи можуть одна й та сама труба бути гідравлічно шорсткою і гладенькою різних умовах?
5. Що таке еквівалентна довжина? Що еквівалентується при цьому?

## Лекція №5

### Тема: Рух рідини в трубопроводах

*Зміст лекції. Напірні характеристики трубопроводів. Складні трубопроводи, послідовне та паралельне з'єднання трубопроводів. Гідравлічний удар в трубопроводі*

*На СРС: Паралельне з'єднання трубопроводів.*

Всі трубопроводи розділяють на прості і складні. *Простими* є трубопроводи, що складаються з труб однакового діаметра і не мають по шляху відгалужень. *Складними* називаються всі інші трубопроводи, що складаються з простих, з'єднаних тим чи іншим чином.

З гідравлічної точки зору розрізняють також короткі та довгі трубопроводи. До *коротких* трубопроводів відносяться такі, в яких втрати напору в місцевих опорах становлять більше 5-10 % від втрат напору на прямих ділянках трубопроводу (всмоктувальні трубопроводи насосних установок, гідролінії гідроприводів тощо). У *довгих* трубопроводах втрати напору по довжині настільки перевищують місцеві втрати напору, що останніми можна знехтувати (без шкоди для точності розрахунку) або прийняти їх орієнтовно рівними 5-10 % від втрат напору по довжині.

У залежності від роду рідини, що переміщується в трубопроводі, розрізняють водопроводи, нафтопроводи, газопроводи, маслопроводи тощо.

### Простий трубопровід, узагальнені параметри

Втрати напору в простому короткому трубопроводі (рис. 5.1), що складається з ряду прямолінійних ділянок та місцевих опорів, визначено за принципом складання втрат:



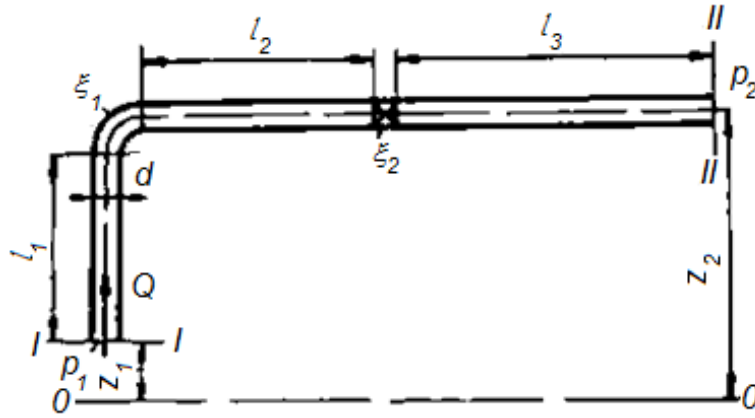


Рисунок 5.1 – Визначення втрат напору в простому трубопроводі

$$H_{\text{вт}} = H_{\text{дв1}} + H_{\text{м1}} + H_{\text{дв2}} + H_{\text{м2}} + H_{\text{дв3}} = \lambda \frac{l_1}{d} \frac{v^2}{2g} + \zeta_1 \frac{v^2}{2g} +$$

$$+ \lambda \frac{l_2}{d} \frac{v^2}{2g} + \zeta_2 \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{l_3}{d} \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{\sum l}{d} \frac{v^2}{2g} + \sum \zeta \frac{v^2}{2g}$$

Обчислення втрат напору цим методом є громіздким і займає багато часу, особливо якщо трубопровід складається з великого числа ділянок.

Виразивши швидкість через витрату ( $v=4Q/\pi d^2$ ):

$$H_{\text{вт}} = \frac{8\lambda}{g\pi^2 d^5} \sum l Q^2 + \frac{8}{g\pi^2 d^4} \sum \zeta Q^2 = a Q^2$$

де  $a = \frac{8\lambda}{g\pi^2 d^5} \sum l + \frac{8}{g\pi^2 d^4} \sum \zeta$  – опір трубопроводу,  $\text{с}^2/\text{м}^5$ .

При турбулентному режимі руху та гідравлічно шорстких трубах (при квадратичному законі опору) для даного трубопроводу  $a=\text{const}$ .

Також втрати виражаються як:

$$H_{\text{вт}} = \left( A_{\text{дв}} \sum l + A_{\text{м}} \sum \zeta \right) Q^2,$$

де  $A_{\text{дв}} = \frac{8\lambda}{g\pi^2 d^5}$  – одиничний опір по довжині (опір прямої труби довжиною 1 м),  $\text{с}^2/\text{м}^6$ ,

$A_{\text{м}} = \frac{8}{g\pi^2 d^4}$  – одиничний місцевий опір (опір фасонної деталі, для якої  $\zeta=1$ ),  $\text{с}^2/\text{м}^5$ .

Величини  $A_{\text{дв}}$  і  $A_{\text{м}}$ , які узагальнюють ряд величин, називаються узагальненими параметрами. При розрахунках трубопроводів значення  $A_{\text{дв}}$  і  $A_{\text{м}}$  вибирають з довідкових таблиць.

Іноді при розрахунках користуються іншим узагальненим параметром:

$$H_{\text{вт}} = \lambda \frac{l + l_e}{d} \frac{v^2}{2g} = \frac{8\lambda}{g\pi^2 d^5} (l + l_e) Q^2 = \frac{l + l_e}{K^2} Q^2,$$

де  $K = \sqrt{\frac{g\pi^2 d^5}{8\lambda}}$  – витратна характеристика трубопроводу, м<sup>3</sup>/с.

Для розрахунків значення  $K^2$  вибирають із довідкових таблиць. Крім того,  $K^2 = 1/A_{\text{дв}}$ .

Замінивши  $L = l + l_e$ , враховуючи, що  $H_{\text{вт}}/L = i$ , отримано формулу проф. Б. А. Бахметєва:

$$Q = K\sqrt{i}.$$

Втрати напору в довгих трубопроводах:

$$H_{\text{вт}} = A_{\text{дв}} L Q^2 = \frac{L Q^2}{K^2},$$

де з урахуванням визначення довгих трубопроводів  $L = (1,05 \div 1,10)l$ .

### Напірні характеристики трубопроводів

Для переміщення рідини в простому трубопроводі (див. рис. 5.1) від його початку до кінця необхідно не тільки подолати гідравлічні опору (втрати напору), підняти рідину на певну висоту  $\Delta z = z_2 - z_1$ , а також подолати наявний в кінці трубопроводу протитиск  $p_2$ .

Складемо рівняння Бернуллі для перетинів I-I і II-II потоку щодо прийнятої площини порівняння, слід якої на схемі – лінія 0-0:

$$\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + H_{\text{вт}1-2}.$$

Так як в простому трубопроводі  $v_1=v_2$ , а отже і  $\alpha_1=\alpha_2$ , то напір, який необхідно створити на початку трубопроводу тим чи іншим способом (насосом, тиском газу, висотою рівня в живильному баці тощо) для переміщення певної витрати рідини по цьому трубопроводу від перетину I-I до перетину II-II:

$$H_{\text{втр}} = \frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_2}{\rho g} + \Delta z + H_{\text{вт1-2}} = \frac{p_2}{\rho g} + \Delta z + aQ^2.$$

Отримане рівняння називається рівнянням напірної характеристики трубопроводу, а відповідний графік залежності між  $H_{\text{втр}}$  і  $Q$  – напірною характеристикою трубопроводу. Для вирішення цілого ряду практичних завдань особливо важливо знати напірні характеристики трубопроводів в установках з насосною подачею рідини. Наприклад, у гірничій промисловості це водовідливні трубопроводи, вентиляційні мережі, вентиляційні трубопроводи місцевого провітрювання тощо.

Розглянемо простий трубопровід насосної установки (рис. 5.2, а). Для визначення напору, необхідного для переміщення рідини в цьому трубопроводі, скористаємося рівнянням Бернуллі. Проведемо площину порівняння 0-0 і перетини I, II, III і IV. Позначимо абсолютний тиск на вході в трубопровід  $p_{\text{п}}$ , на виході з трубопроводу –  $p_{\text{к}}$ . Відстань від площини порівняння до поверхні рідини в нижньому резервуарі –  $H_{\text{вс}}$  (геометрична висота всмоктування), до поверхні рідини у верхньому резервуарі –  $H_{\text{н}}$  (геометрична висота нагнітання). Сума цих двох висот називається геометричною висотою  $H_{\text{г}}=H_{\text{вс}}+H_{\text{н}}$ . У загальному випадку геометрична висота – це різниця відміток рівнів рідини в місцях входу та виходу її з трубопроводу.

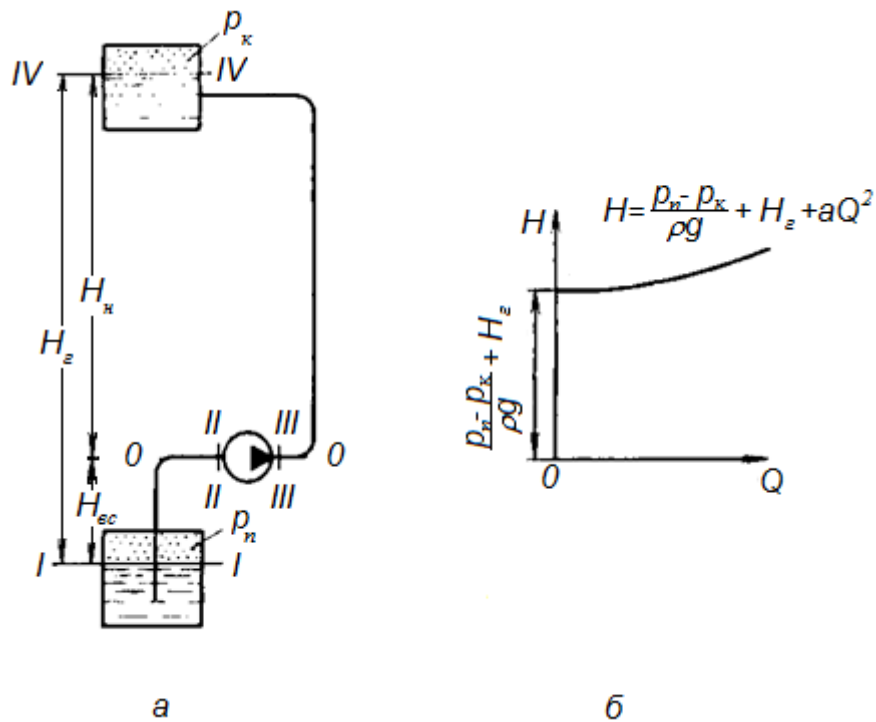


Рисунок 5.2 – Розрахункова схема простого трубопроводу насосної установки (а) і його напірна характеристика (б)

Повний напір, необхідний для переміщення рідини по трубопроводу (підйому її, подолання протитиску і опорів в трубопроводі), створюється в даному випадку насосом і виражається різницею повних напорів у перерізах III і II (на виході з насоса і вході в насос):

$$H = H_3 - H_2.$$

Рівняння Бернуллі для перерізів II і I та III і IV:

$$H_2 = H_1 - H_{\text{вТ1-2}}.$$

$$H_3 = H_4 + H_{\text{вТ3-4}}.$$

В свою чергу:

$$H_1 = \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} + z_1 = \frac{v_{\text{п}}^2}{2g} + \frac{p_{\text{п}}}{\rho g} - H_{\text{вс}}.$$

$$H_4 = \frac{\alpha_4 v_4^2}{2g} + \frac{p_4}{\rho g} + z_4 = \frac{v_{\text{к}}^2}{2g} + \frac{p_{\text{к}}}{\rho g} + H_{\text{н}}.$$

Після підстановки:

$$H = H_3 - H_2 = \frac{v_k^2}{2g} + \frac{p_k}{\rho g} + H_n + H_{\text{вТ3-4}} - \frac{v_{\text{п}}^2}{2g} - \frac{p_{\text{п}}}{\rho g} + H_{\text{вс}} + H_{\text{вТ1-2}}.$$

Враховуючи, що  $H_{\Gamma} = H_{\text{вс}} + H_n$ ,  $H_{\text{вТ3-4}} + H_{\text{вТ1-2}} = H_{\text{вТ}} = aQ^2$  – загальні втрати напору в трубопроводі, рівняння напірної характеристики трубопроводу в загальному вигляді:

$$H = \frac{v_k^2 - v_{\text{п}}^2}{2g} + \frac{p_k - p_{\text{п}}}{\rho g} + H_{\Gamma} + aQ^2.$$

З отриманого рівняння видно, що повний напір витрачається в трубопроводі на подолання статичного протитиску  $(p_k - p_{\text{п}})/\rho g$ , підйом рідини на висоту  $H_{\Gamma}$  і подолання опорів  $aQ^2$ . Першим членом рівняння через його малість при розрахунках зазвичай нехтують, отже:

$$H = \frac{p_k - p_{\text{п}}}{\rho g} + H_{\Gamma} + aQ^2.$$

Побудувавши графік цієї залежності, отримаємо напірну характеристику даного трубопроводу (рис. 5.2, б).

Розглянемо схеми різних трубопроводів і складемо для них рівняння напірної характеристики:

1. Шахтний водовідливний трубопровід (рис. 5.3, а), по якому вода з підземного водозбірника видається насосом на поверхню. Так як  $p_{\text{п}} \approx p_k = p_a$ , рівняння напірної характеристики трубопроводу:

$$H = H_{\Gamma} + aQ^2.$$

2. Горизонтальний трубопровід (рис. 5.3, б), яким насос подає воду з відкритого резервуара в паровий котел, надлишковий тиск пари в якому  $p_m$ .

У цьому випадку  $H_{\Gamma} = 0$ , а  $(p_k - p_{\text{п}})/\rho g = (p_m + p_a - p_a)/\rho g = p_m/\rho g$ , отже, рівняння напірної характеристики:

$$H = \frac{p_m}{\rho g} + aQ^2.$$

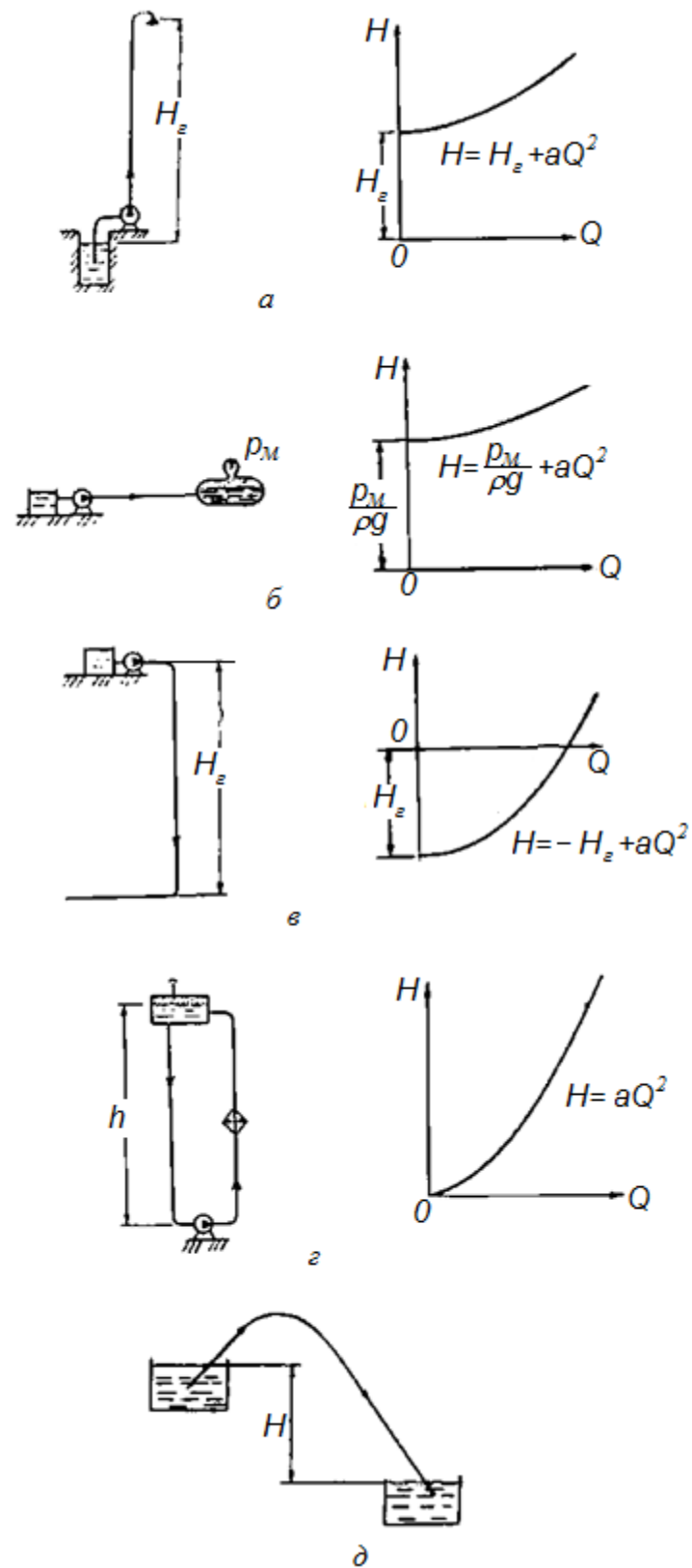


Рисунок 5.3 – Схеми і напірні характеристики трубопроводів

3. Шахтний пожежно-зрошувальний трубопровід (рис. 5.3, в), по якому вода з поверхні подається в шахту. Так як  $p_{\pi} \approx p_{\kappa} = p_a$ , а  $H_{\Gamma} \approx H_{\text{ш}}$  рівняння напірної характеристики:

$$H = -H_{\text{ш}} + aQ^2.$$

4. Трубопровід, по якому вода подається насосом спочатку в батареї опалювальної системи, а потім у бак, розташований у верхній частині будівлі (рис. 5.3, г). З бака вода знову надходить у насос.

У цьому випадку  $H_{\Gamma} = 0$ , так як  $H_{\text{вс}} = -h$ ,  $H_{\text{н}} = h$ ,  $p_{\pi} = p_{\kappa} = p_a$ , отже, рівняння напірної характеристики:

$$H = aQ^2.$$

5. Для сифонного трубопроводу (рис. 5.3, д) рівняння напірної характеристики має такий же вигляд, але в цьому випадку  $H$  – це напір, створюваний різницею рівнів у резервуарах.

Сифон – це самопливний трубопровід, частина якого розташована вище резервуара, що його живить. Особливості такого трубопроводу:

- тиск по всій його висхідній лінії і по частині низхідній лінії менше атмосферного; для того, щоб по сифону почався рух рідини, необхідно весь його обсяг заповнити рідиною;

- тиск у верхній точці сифона повинен бути не меншим за тиск насичених парів рідини при даній температурі, так як в іншому випадку там можуть виникнути кавітація і розрив суцільності, в результаті чого рух рідини по сифону припиниться.

За рівняннями будують саму напірну характеристику трубопроводу, тобто зображають графічно залежність між витратою та напором в трубопроводі. З наведених рівнянь видно, що характеристики наведених трубопроводів являють собою квадратичні параболи з вершинами, які лежать на осях ординат. Насправді, напірна характеристика має більш складний вид  $H = a_m Q^m$ . Так при малих витратах рідини, коли в

трубопроводі ламінарний режим руху, залежність спочатку має вигляд прямої, а потім – кривої з показником ступеня  $m$  для витрати  $Q$  (причому  $1 < m < 2$ ). При значних витратах рідини, коли в трубопроводі турбулентний режим руху рідини, а труби є гідравлічно шорсткими, залежність описується квадратичною параболою. Однак, при розрахунках трубопроводів (водопроводів, пневматичних повітропроводів, вентиляційних мереж тощо) доводиться мати справу, як правило, тільки з останнім ділянкою кривої, тому умовно приймається, що вся крива – це квадратична парабола.

### **Основи техніко-економічного розрахунку простих трубопроводів**

Найчастіше при проектуванні трубопроводів визначають необхідні діаметр труб і напір насоса (або висоту водонапірної башти) за відомим витраті рідини  $Q$  і довжині трубопроводу  $l$ . З рівняння необхідного напору видно, що при певних  $l$  і  $Q$  зі збільшенням  $d$  (отже, зі збільшенням  $K^2$ ) зменшуються втрати напору. Звідси зменшується необхідний напір, що, в свою чергу, призводить до зменшення потужності привода насоса і зниження витрати електроенергії на перекачування рідини.

З іншого боку, збільшення  $d$  спричиняє підвищення капітальних витрат на спорудження трубопроводів. Тому питання про вибір раціонального діаметра трубопроводу для конкретних умов повинно вирішуватися на підставі техніко-економічного розрахунку. Для цього, задавшись рядом стандартних значень діаметра трубопроводу, обчислюють для кожного варіанту приведені витрати:

$$ПВ = E_n K + C,$$

де  $E_n$  – нормативний коефіцієнт порівняльної ефективності;



$K$  – капітальні витрати на придбання необхідного обладнання, його монтаж і транспортно-заготівельні витрати, а також на будівельні споруди;

$C$  – річні експлуатаційні витрати, в які входять вартість електроенергії, обслуговування, допоміжних матеріалів, ревізій і налагоджень, а також амортизаційні відрахування для кожного виду обладнання та будівельних споруд.

З економічної точки зору ефективним є варіант трубопроводу з мінімальними приведеними витратами. Параметри такого трубопроводу (діаметр, швидкість рідини, гідравлічний ухил тощо) називаються оптимальними і визначаються аналітичним або графічним (рис. 5.4) способами (останній - найбільш наочний).

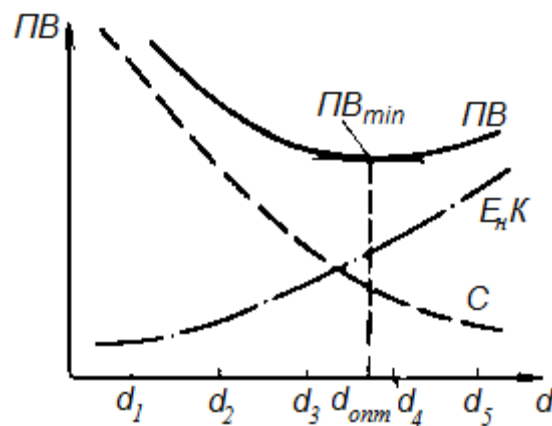


Рисунок 5.4 – Графічний спосіб визначення оптимального діаметру трубопроводу

Зі встановлених  $d_{opt}$ , а також  $Q$  і  $l$ , визначаються втрати напору  $H_{вт}$  і необхідний напір  $H$  в трубопроводі, створюваний насосом.

При великому числі варіантів визначення оптимального діаметра трубопроводу викладеним вище методом занадто громіздке. Тому в наш час в проектних організаціях такі розрахунки виконують, як правило, за

допомогою ЕОМ. Для цього розроблені відповідні алгоритми і програми для типових схем трубопроводів різного призначення.

Для орієнтовних розрахунків можна користуватися значеннями оптимальних швидкостей  $v_{\text{опт}}$  або гідравлічних ухилів  $i_{\text{опт}}$ , які встановлені для трубопроводів різного призначення на підставі узагальнення техніко-економічних розрахунків аналогічних трубопроводів. Наприклад, для шахтних водовідливних трубопроводів, прокладених у вертикальних стволах глибиною 400-700 м,  $v_{\text{опт}} = 2,0 \div 2,5$  м/с.

Знаючи  $Q$  і  $v_{\text{опт}}$ , знаходять оптимальний діаметр  $d_{\text{опт}}$ . Вибір труб для проєктованого трубопроводу виробляють за діючими стандартами на труби залежно від діаметра трубопроводу, розрахункового тиску в ньому і умов його експлуатації. Наприклад, для трубопроводу, що прокладається усередині будівель і споруд, тиск в якому до 1 МПа, рекомендується застосовувати сталеві водогазопровідні труби (ГОСТ 3262-75\*), а при більш високих значеннях тиску – сталеві електрозварні і гарячедеформовані (ГОСТ 8732-78) труби.

Слід зазначити, що в стандартах на сталеві труби наведені зовнішні діаметри труб, тому отриманий в результаті розрахунку діаметр  $d_{\text{опт}}$  слід збільшити на подвоєну товщину стінки труби, яка визначається в залежності від матеріалу труб і розрахункового тиску, а також на величину зменшення внутрішнього діаметру внаслідок корозії і відкладень, прийняту в залежності від призначення трубопроводу та умов його експлуатації за галузевим нормативним матеріалам (наприклад, для водопроводів, 1 мм).

### **Послідовне з'єднання трубопроводів**

Розглянемо складний трубопровід (рис. 5.5, а), який складається з трьох простих трубопроводів, з'єднаних послідовно. Опір кожного одно

відповідно  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ . Виходячи з рівняння нерозривності потоку, витрата рідини  $Q$  по кожній ділянці трубопроводу однакова, а втрати напору в них:

$$H_{\text{вт1}} = a_1 Q^2, \quad H_{\text{вт2}} = a_2 Q^2, \quad H_{\text{вт3}} = a_3 Q^2.$$

Відповідно до принципу накладання втрат загальні втрати напору в розглянутому трубопроводі:

$$H_{\text{вт}} = H_{\text{вт1}} + H_{\text{вт2}} + H_{\text{вт3}} = (a_1 + a_2 + a_3) Q^2.$$

Таким чином опір складного трубопроводу при послідовному з'єднанні труб збільшується і в загальному випадку:

$$a = \sum a_i.$$

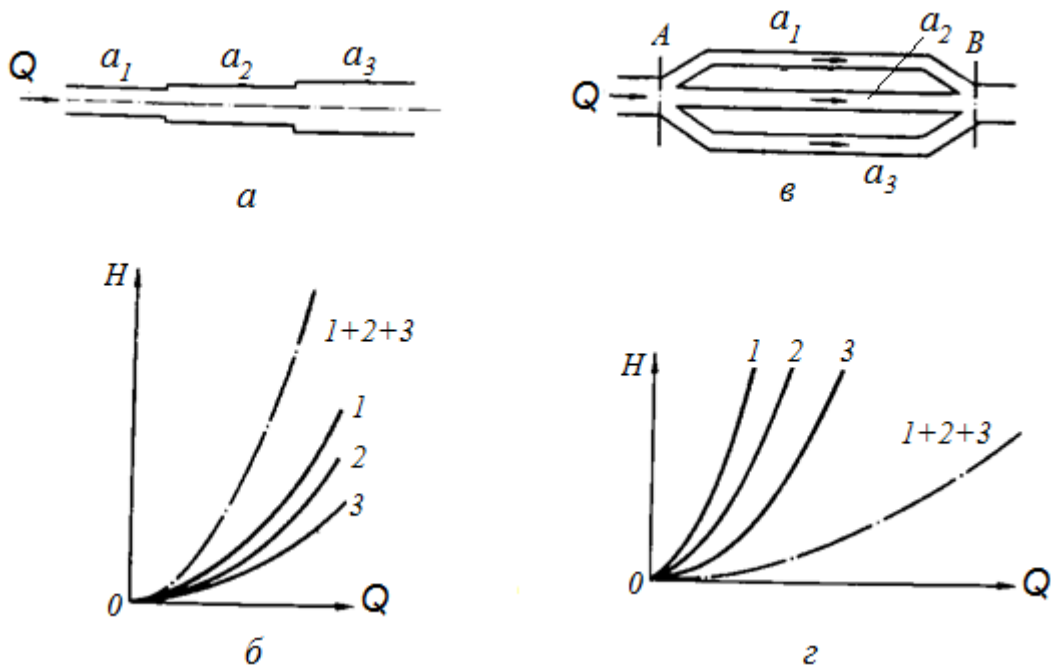


Рисунок 5.5 – Схеми і напірні характеристики з'єднаних послідовно і паралельно трубопроводів

Характеристику такого складного трубопроводу можна побудувати безпосередньо за отриманим рівнянням або графічно – шляхом складання

ординат напірних характеристик окремих ділянок трубопроводу при однаковій витраті  $Q$  в кожній з них (рис. 5.5, б).

### Паралельне з'єднання трубопроводів

Розглянемо складний трубопровід (рис. 5.5, в), який складається з трьох простих трубопроводів, з'єднаних паралельно. Нехай опір кожного з трубопроводів дорівнює відповідно  $a_1, a_2, a_3$ , а витрата рідини – відповідно  $Q_1, Q_2, Q_3$ . Виходячи з рівняння нерозривності потоку, загальна витрата рідини по такому трубопроводі  $Q=Q_1+Q_2+Q_3$ , а втрати напору в кожному трубопроводі:

$$H_{\text{вт1}} = a_1 Q_1^2, \quad H_{\text{вт2}} = a_2 Q_2^2, \quad H_{\text{вт3}} = a_3 Q_3^2.$$

Втрати напору в кожному простому трубопроводі, а також загальні втрати напору в розглянутому складному трубопроводі рівні різниці повних напорів в перетинах А і В:

$$H_A - H_B = H_{\text{вт1}} = H_{\text{вт2}} = H_{\text{вт3}} = H_{\text{вт}}.$$

Тоді витрата:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \sqrt{\frac{H_{\text{вт1}}}{a_1}} + \sqrt{\frac{H_{\text{вт2}}}{a_2}} + \sqrt{\frac{H_{\text{вт3}}}{a_3}} = \left( \sqrt{\frac{1}{a_1}} + \sqrt{\frac{1}{a_2}} + \sqrt{\frac{1}{a_3}} \right) \sqrt{H_{\text{вт}}},$$

звідси втрати напору:

$$H_{\text{вт}} = \left( \sqrt{\frac{1}{a_1}} + \sqrt{\frac{1}{a_2}} + \sqrt{\frac{1}{a_3}} \right)^{-2} Q^2,$$

Таким чином, опір складного трубопроводу, що складається з декількох простих, з'єднаних паралельно, зменшується і в загальному випадку:

$$a = \left( \sum \sqrt{\frac{1}{a_i}} \right)^{-2}.$$

Характеристику такого складного трубопроводу можна побудувати безпосередньо за рівнянням або графічно – шляхом складання абсцис напірних характеристик окремих простих трубопроводів при однаковому напорі  $H$  в кожному з них (рис. 5.5, г).

### Гідравлічний удар в трубопроводі

Різка зміна швидкості рідини в будь-якому перерізі напірного трубопроводу призводить до прискорення або уповільнення руху рідини. В результаті виникають сили інерції, що зумовлюють швидке підвищення або пониження тиску в потоці. Це викликає гідравлічний удар, який, на відміну від жорсткого удару твердих тіл, є пружним, і при якому тиск поширюється вздовж трубопроводу хвилями, подібно звуковим хвилям. Вперше пояснення процесу гідроудару дано в 1898 р. проф. Жуковським.

Розглянемо горизонтальну трубу 2 (рис. 5.6), з'єднану з резервуаром 1, заповненим водою. На кінці труби 3 встановлено кран (на рисунку не показаний). Нехтуючи втратами напору, вважається, що тиск в трубі при русі рідини дорівнює статичному, тобто висоті стовпа рідини в резервуарі:  $p = \rho g H$ .

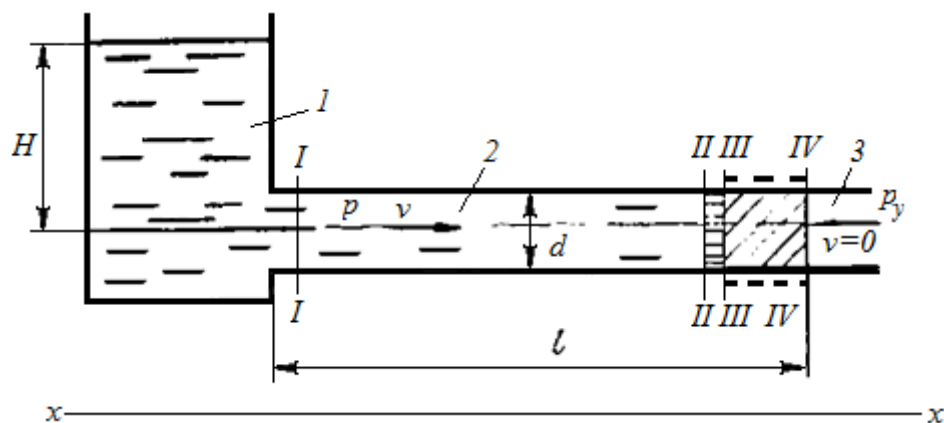


Рисунок 5.6 – Схема до виведення рівняння Жуковського

При швидкому (миттєвому) закритті крану нескінченно мала маса рідини, яка безпосередньо прилягає до крану (між перетинами II-II – IV-IV), миттєво зупиняється, і швидкість її стає рівною нулю. Відбувається перетворення кінетичної енергії в потенціальну, що призводить до зміни тиску.

Зміна кількості руху об'єму рідини між перетинами II-II – IV-IV відбувається під дією масових і поверхневих сил. Спроектуємо кількість руху та сили на горизонтальну вісь: проекція сили тяжіння дорівнює нулю, а проекції сил інерції і поверхневих сил тиску дорівнюють відповідним силам. Швидкість в перетині II-II дорівнює середній швидкості в трубопроводі, а тиск – гідростатичного тиску в резервуарі. У перетині IV-IV тиск дорівнює ударному тиску, а швидкість дорівнює нулю. Складемо для цих умов рівняння кількості руху:

$$(p - p_y) \frac{\pi d^2}{4} dt = (0 - v) dm,$$

де  $dm = \rho \frac{\pi d^2}{4} dl$ . Підставляючи це значення в рівняння, одержано:

$$p - p_y = \rho v dl/dt.$$

Позначимо:

$c = dl/dt$  – швидкість фронту хвилі тиску уздовж труби;

$\Delta p_y = p_y - p$  – приріст тиску при гідравлічному ударі.

Шляхом підстановки цих значень отримано формулу Жуковського для визначення прирощення тиску при прямому гідравлічному ударі:

$$\Delta p_y = \rho v c.$$

Швидкість поширення фронту ударної хвилі, як було доведено Жуковським, залежить від пружних властивостей рідини і трубопроводу і визначається за формулою:

$$c = \sqrt{\frac{E_p}{\rho}} / \sqrt{1 + \frac{d E_p}{\delta E}},$$

де  $E_p$  – модуль пружності рідини (для води  $E_p=2 \cdot 10^9$  Па);

$E$  – модуль пружності матеріалу трубопроводу (для сталі  $E \approx 1 \cdot 10^{11}$  Па);

$\delta$  – товщина стінок труби.

Так як знаменник наведеної формули мало відрізняється від одиниці швидкість фронту ударної хвилі  $c$  за своїм значенням близька до швидкості поширення звуку в необмеженому об'ємі рідини:  $c_{зв} = E_p/\rho$ . Для необмеженого об'єму води  $c_{зв}=1430$  м/с, для сталевих водопроводів  $c_{зв}=1050-1350$  м/с.

Утворення ударної хвилі можна пояснити наступним чином. При миттєвому закритті крана, встановленого на кінці труби 3 (див. рис. 5.6), рідина між перетинами II-II і IV-IV зупиняється. Відбувається підвищення тиску, що призводить до стиснення рідини між перетинами III-III і IV-IV і розширенню трубопроводу (штрихова лінія). В результаті, звільнюється об'єм між перетинами II-II і III-III. В нього вливається рідина з середньою швидкістю, що дорівнює швидкості її до удару, при гідравлічному тиску стовпа в резервуарі 1. Рухома рідина, досягнувши перерізу III-III, зупиняється ( $v=0$ ), а тиск миттєво підвищується до  $p_y$ . Цей процес зі швидкістю  $c$  поширюється в бік резервуара. У момент часу  $t=l/c$   $c$  в усьому трубопроводі  $v=0$ , а тиск дорівнює  $p_y$ . Так як  $p_y > p$ , вода з трубопроводу починає виливатися в резервуар зі швидкістю  $v$ , а тиск падає до  $p$ . Після закінчення часу  $T=2l/c$ , званого фазою удару, у всьому трубопроводі тиск буде рівним тиску в резервуарі  $p$ , а швидкість –  $v$ . Якщо не відбувається відриву рідини від крана, то швидкість її падає до нуля. Одночасно з цим падає і тиск у крана на величину  $\Delta p$ . Цей процес з

пониженим тиском  $p - \Delta p$  і при  $v=0$  поширюється в бік резервуара зі швидкістю  $c$ . Після закінчення часу  $t=3l/c$  тиск у всьому трубопроводі стане менше, ніж тиск у резервуарі, а швидкість  $v=0$ . Тому в трубопровід починає надходити рідина зі швидкістю  $v$ , а тиск буде підвищуватися до тиску в резервуарі. Після закінчення часу  $t=4l/c$  рідина при швидкості  $v$  і тиску  $p$  досягає крана, але так як він закритий, процес повторюється спочатку, тобто виникає коливальний процес. Так протікає прямий гідроудар. У дійсності, внаслідок гідравлічного опору, коливання тиску в трубопроводі - затухаючий процес. Крім того, тиск наростає (і падає) не миттєво.

Якщо час закриття крана  $t_3 \geq T=2l/c$ , то відбувається непрямий гідравлічний удар. Прирошення тиску при цьому може бути орієнтовно визначено за формулою:

$$\Delta p'_y = \rho v c T / t_3 = 2 \rho l v / t_3.$$

Перевищення тиску при гідравлічному ударі може бути значним, призводячи до розриву трубопроводу. Крім перевищення тиску, ударна хвиля викликає коливання труб з частотою, рівній частоті хвилі удару  $f=c/4l$ . Якщо частота вимушених коливань, викликаних гідравлічним ударом, збігається з частотою власного коливання труб, то може виникнути резонанс і відбутися руйнування трубопроводу. Щоб уникнути цього необхідно застосовувати пристрої, здатні локалізувати шкідливі наслідки, викликані цими явищами. Найбільш простими і поширеними в техніці засобами захисту трубопроводів від гідравлічних ударів під час штатних зупинок є запірні пристрої, що забезпечують повільне перекриття прохідного перерізу, що істотно знижує ударне тиск. У тих випадках, коли за умовами експлуатації можливе випадкове припинення витрати рідини, встановлюють повітряні ковпаки або спеціальні гасителі удару. Запобіжні клапани ефективні в тому випадку, якщо вони встановлюються перед



запірним пристроєм (тобто якщо напрямок ударної хвилі протилежно напрямку початкової швидкості). Для шахтних водовідливних трубопроводів вони непридатні. Тому в таких трубопроводах встановлюють механогідравлічні гасителі. Принцип дії їх полягає в тому, що при зниженому тиску, що виникає перед зворотним клапаном, автоматично спрацьовує гідравлічна система, що відкриває вихідний переріз гасителя. Відбита хвиля надходить через гаситель, який повільно закривається. При цьому тиск плавно підвищується до значення, відповідного геометричній висоті.

Однак явище гідравлічного удару може бути і корисним у техніці. Наприклад, в деяких пристроях (гідравлічні тарани, гідроімпульсатори) гідравлічний удар створюється штучно. Гідроімпульсатор застосовується в різних пристроях, зокрема, в гідромоніторах. Останні використовують при гідромеханізації видобутку корисних копалин і розкривних робіт. За допомогою гідроімпульсатора на ділянці трубопроводу певної довжини безпосередньо перед гідромонітором штучно створюються незатухаючі гідравлічні удари (автоколивання тиску), які забезпечують підвищення тиску води перед стволом гідромонітора в 1,5-2,0 рази і отримання пульсуючого струменя. Це, в свою чергу, призводить до підвищення продуктивності гідровідбійки і зниженню енергоємності гідромонітора.

### **Запитання для самоконтролю**

1. Чому такі параметри як опір трубопроводу та витратна характеристика називаються узагальненими?
2. Що таке напірна характеристика трубопроводу?
3. Як впливає діаметр трубопроводу на експлуатаційні та капітальні витрати?

4. Як змінюється загальний опір при паралельному та послідовному з'єднанні трубопроводів?
5. Що є причиною гідроудару?

## Лекція №6

**Тема: Загальні відомості про гідропривод. Елементи гідроприводу**

***Зміст лекції.** Гідропривод, його елементи. Робоча рідина. Поршневі насоси і гідродвигуни: робочий об'єм та напірна характеристика; графіки подачі насосів. Гідроциліндри і поворотні двигуни.*

***На СРС:** графіки подачі поршневих насосів.*

### **Загальні відомості про гідропривод, його елементи**

*Гідропривод* – це сукупність пристроїв, призначених для приведення в дію машин і механізмів за допомогою гідравлічної енергії.

Обов'язковими елементами гідроприводу є насос і гідродвигун. Гідравлічна енергія генерується насосом Н (рис 6.1), а потім перетворюється в механічну енергію гідродвигуном ГД. Насос з'єднано з електродвигуном ЕД, гідродвигун – з навантаженням М (машиною чи механізмом). Пристрої керування ПК призначені для керування параметрами потоку в гідролінії (рідше в насосі і вкрай рідко - в гідродвигуні).

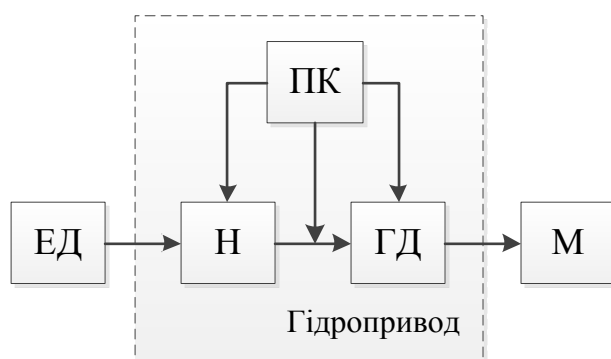


Рисунок 6.1 – Блок-схема гідроприводу

Зображений на рис. 6.1 гідропривод є найбільш розповсюдженим і називається *насосним*. Застосовуються також *магістральний* і *аккумуляторний* гідравлічні приводи.

Основне призначення гідроприводу – перетворення механічної характеристики приводного двигуна відповідно до вимог навантаження.

### ***Елементи гідроприводу***

У загальному випадку до складу насосного гідроприводу входять гідропередача, гідроапарати, кондиціонери робочої рідини, гідроємності і гідролінії.

*Гідропередача* – частина насосного гідроприводу, призначена для передачі руху від приводного двигуна до машин та механізмів. Найпростіша гідропередача складається з насоса, гідродвигуна і гідролінії. Іноді у складних системах працюють одночасно кілька насосів і гідродвигунів.

*Гідроапарати* застосовуються для регулювання параметрів потоку робочої рідини (тиску і витрати), а також для зміни або підтримки незмінним напрямку потоку рідини. Як правило, гідроапарати є складовими елементами гідроавтоматики.

*Кондиціонери робочої рідини* (гідроочисники і теплообмінні апарати) призначені для отримання необхідних якісних показників робочої рідини.

*Гідроємності* (гідробаки, гідроаккумулятори) призначені для утримання в них робочої рідини з метою використання її в процесі роботи гідроприводу.

*Гідролінії* (гідромережа) – пристрої для проходження робочої рідини. Конструктивно гідролінії являють собою труби, рукава, коліна, трійники, тощо.

До складу гідроприводу можуть входити гідроперетворювачі, що виконують функцію перетворення енергії одного потоку робочої рідини з

певним значенням тиску в енергію іншого потоку з іншим (зазвичай більшим) значенням тиску.

### ***Переваги та недоліки гідроприводу***

До основних переваг гідроприводу відносяться:

- можливість універсального перетворення механічної характеристики приводного двигуна відповідно до вимог навантаження;
- простота управління та автоматизації;
- простота запобігання перевантаженню приводного двигуна і виконавчих органів машин;
- широкий діапазон безступінчатого регулювання швидкості вихідної ланки;
- велика передавана потужність на одиницю маси приводу;
- надійне змащення поверхонь при застосуванні мінеральних масел в якості робочих рідин.

До недоліків гідроприводу відносяться:

- витік робочої рідини через ущільнення і зазори, особливо при високих значеннях тиску;
- нагрів робочої рідини, що в ряді випадків вимагає застосування спеціальних охолоджувальних пристроїв і засобів теплового захисту;
- більш низький ККД (з наведених вище причин), ніж у подібних механічних передачах;
- необхідність забезпечення в процесі експлуатації чистоти робочої рідини і захисту від проникнення в неї повітря;
- пожежонебезпека у разі застосування горючої робочої рідини.

Ефективність, великі технічні можливості роблять гідропривод майже універсальним засобом при механізації та автоматизації різних технологічних процесів.

## Класифікація гідромашин і гідропередач

Насоси й гідродвигуни відносяться до гідравлічних машин, в яких рідина служить робочим тілом для сприйняття (в насосах) і віддачі (в гідродвигуні) механічної енергії. Причому для гідромашин ця енергія виражається або напором, або тиском. Під цими величинами необхідно розуміти повну енергію потоку рідини в машині, віднесену відповідно до одиниці сили тяжіння  $[Дж/Н = м]$  або до одиниці об'єму  $[Дж/м^3 = Н/м^2 = Па]$  рідини.

Найбільш універсальною класифікацією гідромашин є по способу перетворення в них енергії. Якщо в гідромашині змінюється лише потенціальна енергія тиску рідини, то така машина називається *об'ємною*. Якщо ж і кінетична енергія рідини – *гідродинамічною*.

В об'ємних гідромашинах перетворення енергії відбувається в замкнутому об'ємі за рахунок його примусового стиснення. В основі принципу дії цих машин лежить закон Паскаля. Напір такої машини не залежить від швидкості рідини.

У гідродинамічних машинах перетворення енергії відбувається за рахунок силової взаємодії лопастей колеса машини з рідиною. Напір такої гідромашини пропорційний швидкості рідини.

Залежно від типу насоса і гідродвигуна, які входять до гідропередачі, вона може називатися:

- об'ємною, якщо гідродвигун і насос об'ємні машини;
- гідродинамічною, якщо гідродвигун і насос – лопастеві і машини;
- змішаною, якщо насос – гідродинамічний, а двигун – об'ємний, і навпаки.

Перетворення енергії в гідромашині супроводжується об'ємними, гідравлічними і механічними втратами. Об'ємні втрати потужності

обумовлені витоками рідини через нещільності (у тому числі і регульованими витоками). Гідравлічні втрати зумовлені гідравлічними опорами і визначаються втратами напору (втратами тиску) в самій машині. Ці втрати зростають зі збільшенням швидкості рідини і не залежать від тиску. Механічні втрати – це втрати від тертя в підшипниках і ущільненнях гідромашини.

### **Робоча рідина**

У гідроприводі в основному використовуються мінеральні масла на нафтовій основі, які є сумішшю продуктів дистиляції нафти із необхідними добавками – парафіном та іншими твердими вуглеводами. Також використовуються водомасляні емульсії зі спеціальними присадками.

У гідравлічних системах робочі рідини піддаються дії температур та тиску, що змінюються в широкому діапазоні. Рідини повинні передавати енергію на робочі органи, а також змащувати робочі механізми і деталі гідроприводів. Робочі рідини, які використовуються в гідравлічних системах, мають відповідати певним вимогам, серед яких головними є такі:

- робоча рідина повинна бути безпечною в пожежному аспекті та не чинити шкідливого впливу на обслуговуючий персонал;
- рідина повинна мати хороші змащувальні властивості, а кількість механічних домішок в ній має бути мінімальною;
- робоча рідина не повинна мати водорозчинних кислот та лугів;
- робочій рідині не повинно бути значної кількості розчиненого повітря, а при робочих температурах не має утворюватися пара;
- робоча рідина повинна мати оптимальну для певних умов в'язкість, оскільки мала в'язкість призводить до збільшення втрат рідини, а велика — до збільшення втрат на тертя;
- робоча рідина повинна мати високу температуру спалаху.

Вибір робочих рідин для гідроприводів залежить від умов їх роботи. Так, у швидкохідних приводах, де величина втрат через тертя може бути значною, застосовуються рідини з меншою в'язкістю; в тихохідних приводах, а також у тих випадках, коли об'єм втрат рідини може бути великим, доцільно застосовувати рідини з більшою в'язкістю.

У гідроприводах ковальсько-пресових та гірничих машин використовують негорючі водяні емульсії. В авіаційних системах, що працюють у широкому діапазоні температур, використовується спиртогліцерина суміш – рідина АМГ-10. Для гідроприводів, що працюють при високих температурах, використовують синтетичні суміші.

Основними показниками, за якими оцінюють якість робочої рідини, є її фізичні властивості: густина, об'ємна деформація, в'язкість, тощо. Важливими технічними характеристиками робочої рідини є також температура застигання (загущення) та спалаху (табл. 6.1).

Загущенням робочих рідин називають такий стан, коли частинки рідини втрачають рухомість без фазових змін всієї рідини і без переходу її у твердий стан. У гідравлічних трубопроводах рідина втрачає рухомість при темпера 10-15 °С вищій за температуру загущення.

Температурою спалаху називають мінімальну температуру, до якої необхідно нагріти рідину, щоб її пара в суміші з повітрям спалахнула при піднесенні полум'я.

Технічні характеристики робочих рідин, які використовуються в гідравлічних приводах, наведені в табл. 6.1, а рекомендації щодо їх використання – у табл. 6.2.



Таблиця 6.1 – Технічні характеристики робочих рідини

| Робоча рідина                            | Щільність,<br>кг/м³ | В'язкість при<br>температурі<br>50 °С, сСт | Температура, °С |         |
|------------------------------------------|---------------------|--------------------------------------------|-----------------|---------|
|                                          |                     |                                            | застигання      | спалаху |
| Масла індустріальні (ГОСТ 20799—88)      |                     |                                            |                 |         |
| И5А                                      |                     | 4...5                                      | -25             | 120     |
| И8А                                      |                     | 6...8                                      | -20             | 130     |
| И12А                                     | 876...891           | 10...14                                    | -15             | 165     |
| И20А                                     | 881...901           | 17...23                                    | -15             | 180     |
| И25А                                     |                     | 24...27                                    | -15             | 180     |
| И30А                                     | 886...916           | 28...33                                    | -15             | 190     |
| И40А                                     |                     | 35...45                                    | -15             | 200     |
| И50А                                     | 890...930           | 47...55                                    | -20             | 200     |
| Й70А                                     |                     | 65...75                                    | -10             | 200     |
| И100А                                    |                     | 90... 118                                  | -10             | 210     |
| Масла турбінні (ГОСТ 32—74)              |                     |                                            |                 |         |
| Турбінне 22                              | 900                 | 22...23                                    | -15             | 180     |
| Турбінне 30                              | 900                 | 28...32                                    | -10             | 180     |
| Турбінне 46                              | 900                 | 44...48                                    | -10             | 195     |
| Турбінне Т <sub>п</sub> 22               |                     | 20... 23                                   | -15             | 186     |
| ДП-11                                    | 900                 | 68...81                                    | -15             | 190     |
| Циліндрове 11                            |                     | 4...9                                      | +5              | 215     |
| Циліндрове 24                            | 960                 | 8...12                                     | +5              | 240     |
| Інші робочі рідини                       |                     |                                            |                 |         |
| АМГ-10                                   | 850                 | 10                                         | -70             | 92      |
| 7-50 СЗ                                  | 930...940           | 10                                         | -70             | 180     |
| Приладне масло МВП                       |                     | 6,3...8,5                                  | -60             | 120     |
| ГТН (рідина гідро-<br>гальмівна нафтова) | 850                 | 10                                         | -63             | 92      |
| Трансформаторне МО<br>ГОСТ 982—80        | 884...960           | 9,6                                        | -45             | 185     |

Таблиця 6.2 – Використання робочих рідини

| Область використання                                                 | Рекомендовані робочі рідини                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Металорізальні верстати, промислові роботи, гнучкі виробничі системи | Індустріальне масло И (ИГП), веретенне масло АУ, турбінні Т 22 та Т 30                                     |
| Гірничовидобувні машини                                              | Індустріальні масла, трансформаторне; водомасляні емульсії                                                 |
| Турбіни                                                              | Турбінні масла Т 22, Т 30, Т 46 та з присадками Т <sub>п</sub> -22, Т <sub>п</sub> -30, Т <sub>п</sub> -46 |
| Будівельно-дорожні машини                                            | Індустріальні И-12А, И-20А, И-40А; трансформаторне; АУП                                                    |
| Ковальсько-пресове обладнання                                        | Циліндрове масло; водомасляні емульсії                                                                     |
| Трактори та інші сільськогосподарські машини                         | ДП-11, ДП-8, автол АК—10                                                                                   |
| Гідравлічне суднове обладнання                                       | АУП, МВП, 132-10, АМГ-10                                                                                   |
| Авіаційні гідросистеми                                               | АМГ-10, 7-50С-3                                                                                            |

У робочих рідинах гідросистем завжди наявні сторонні домішки у вигляді твердих частинок, які негативно впливають на роботу гідроприводу, наприклад, спричиняють руйнування поверхні деталей, що взаємодіють між собою.

Масова частка твердих частинок у робочій рідині невелика і не перевищує кілька сотих відсотка. Але для гідроприводів, що працюють у важких умовах (гірниче обладнання), або при порушенні умов експлуатації, масова частка твердих частинок може досягати 0,2 % і вище. Тверді частинки потрапляють у рідини двома шляхами: по-перше, із зовнішнього середовища – пил повітря, бруд на стінках гідросистеми, по-друге, внаслідок руйнування поверхні деталей, що взаємодіють між собою. Внаслідок зносу від них відділяються фреттинг-частинки (частинки, що виникли внаслідок тертя), які потрапляють до робочої рідини. Хімічний

склад частинок досить різноманітний, але в основному вони складаються із заліза та інших металів. У робочій рідині також наявні неметалеві частинки – волокна, еластомери, тощо.

Велике значення для характеристики рідини має кількісний склад частинок певного розміру. Зазвичай, великих за розміром частинок менше, ніж дрібних.

Робочі рідини гідросистем згідно з ГОСТ 17216-88 поділяються на класи залежно від їх чистоти:

- рідини 0...2 класів чистоти застосовують для прецизійних приладів, точних контрольних вимірів;
- 3...12 класів для відповідальних систем гідроприводів (авіація, прецизійні металорізальні верстати, тощо);
- 13...17 класів для гідросистем силового обладнання в загальному машинобудуванні.

Клас чистоти визначає кількісний склад частинок певного розміру у 100 см<sup>3</sup> робочої рідини. Наприклад, 12-й клас чистоти рідини допускає наявність в ній не більше 100 частинок розмірами 100...200 мкм; до 400 частинок розмірами 50...100 мкм; до 3150 частинок розмірами 10...25 мкм; до 63 тисяч частинок розмірами 5...10 мкм; частинки менше 5 мкм не регламентуються.

Для забезпечення чистоти робочої рідини в гідросистемах застосовують гідроочисники (фільтри).

Робоча рідина може містити гази у вигляді ізольованих бульбашок невеликих розмірів (до десятих часток міліметра), заповнених парогазовою сумішшю із повітря і пару робочої рідини. Розміри бульбашок залежать від тиску робочої рідини і можуть швидко змінюватись. З цим пов'язане фізичне явище кавітації, що може виникати при роботі гідросистем.

## Об'ємні насоси і гідродвигуни

Основними елементами об'ємних гідромашин є робоча камера, рухливий елемент (витіснювач) і розподільник.

*Робоча камера* – це простір усередині машини, об'єм якого змінюється. Робоча камера складається з основного (корисного), що змінюється під час роботи, об'єму і незмінного (шкідливого), який обумовлений необхідними конструктивними зазорами між камерою і рухомим елементом. Шкідливий об'єм практично не впливає на робочий процес об'ємної машини при малостисливих рідинах, і навпаки, при стискуваних рідинах його вплив істотний.

Рухливий елемент змінює об'єм робочої камери, а розподільник поперемінно сполучає її з місцями входу і виходу рідини.

За кількістю робочих камер гідромашини поділяються на *одно-* і *багатокамерні*, а за конструктивним виконанням рухомих елементів – на *поршневі, шестеренні, пластинчасті, гвинтові*.

Якщо під дією зовнішніх сил на рухливий елемент об'єм робочої камери збільшується, то вона заповнюється рідиною – відбувається процес всмоктування. Якщо ж об'єм камери зменшується, то рідина з неї витісняється – відбувається процес нагнітання. Такий принцип дії всіх об'ємних насосів.

У гідродвигуні об'єм робочої камери змінюється за рахунок тиску підведеної робочої рідини. При цьому на рухомому елементі з'являється зусилля (момент), яке передається та на вихідну ланку гідродвигуна. Якщо вихідна ланка може здійснювати необмежений обертальний рух, то такий гідродвигун називається *гідромотором*. Якщо поворот валу обмежений кутом, меншим  $2\pi$ , то такий гідродвигун називається *поворотним*.

Гідродвигун, у якого вихідна ланка здійснює зворотно-поступальний рух, називається *гідроциліндром*.

У принципі, насоси й гідродвигуни взаємозворотні, проте безпосереднє використання насоса в якості гідродвигуна і навпаки можливо тільки в деяких машинах.

Якщо робоча камера гідромашини за один оборот валу тільки один раз заповнюється рідиною і звільняється від неї, то така машина називається *машиною односторонньої дії*. Якщо відбувається кілька циклів, то вона називається *машиною багаторазовою дії*. Всі об'ємні машини – циклічної дії.

Характерний технічний показник об'ємної гідромашини – її *робочий об'єм* (вказується в довідниках, іноді в марках насосів, гідромоторів і пневмомоторів). Робочий об'єм дорівнює сумі змін об'ємів робочих камер гідромашини за один її оборот. Він являє собою об'єм нестисливої рідини, що видається насосом або витрачається гідромотором за один оборот за відсутності в них витоків.

Гідромашини зі змінним робочим об'ємом називаються *регульованими*, а з незмінним – *нерегульованими*. У регульованих гідромашинах відношення поточного значення робочого об'єму до його максимального значення називається *параметром регулювання*.

### **Основні технічні показники насосів**

Основними технічними показниками насоса є робочий об'єм, подача, тиск, потужність, ККД і частота обертання.

*Подача* – це об'ємна витрата рідини через нагнітальний патрубок насоса. Теоретична подача насоса

$$Q_{н.т} = q_n n_n,$$

де  $q_n$  – робочий об'єм насоса;

$n_n$  – частота обертання.

Дійсна подача менше теоретичної внаслідок витоків  $\Delta Q_n$  у насосі (як внутрішніх, так і зовнішніх):

$$Q_n = Q_{n.T} - \Delta Q_n.$$

Витоки призводять до втрат потужності і оцінюються об'ємним ККД:

$$\eta_{n.o} = Q_n / Q_{n.T} = Q_n / (Q_n + \Delta Q_n) = 1 - \Delta Q_n / (Q_n + \Delta Q_n).$$

Тоді подача:

$$Q_n = q_n n_n \eta_{n.o}.$$

Так як об'ємні втрати, як і інші технічні показники, змінюються при зміні тиску, то в каталогах наводяться значення *номінальних параметрів*, тобто значення при номінальній частоті обертання і номінальному тиску насоса.

*Тиск насоса*  $p_n$  чисельно дорівнює повному збільшенню енергії в насосі між вхідним і вихідним патрубками. Так як при роботі насоса виникають втрати тиску  $\Delta p_n$ , дійсний тиск  $p_n$  менше теоретичного  $p_{n.T}$  на величину втрат:

$$p_n = p_{n.T} - \Delta p_n.$$

Величину втрат  $\Delta p_n$ , на відміну від втрат тиску в трубах, не можна визначити розрахунковим шляхом внаслідок складності конфігурацій проточної частини насоса і несталого руху рідини. За аналогією з об'ємними гідравлічні втрати потужності оцінюють гідравлічним ККД:

$$\eta_{n.g} = p_n / p_{n.T}.$$

*Вихідна потужність* насоса визначається як потужність потоку:

$$N_n = p_n Q_n.$$

*Вхідна потужність* (на валу) більше вихідної на величину об'ємних, гідравлічних і механічних втрат та визначається за формулою:

$$N_{\text{н.в}} = p_{\text{н}} Q_{\text{н}} / \eta_{\text{н}},$$

де  $\eta_{\text{н}} = \eta_{\text{н.о}} \eta_{\text{н.г}} \eta_{\text{н.м}}$  – повний ККД насоса;

$\eta_{\text{н.м}}$  – механічний ККД насоса (залежить від втрат потужності в підшипниках і ущільненнях).

Практично гідравлічні й механічні втрати розділити дуже важко, тому в деяких джерелах їх об'єднують під загальною назвою гідравлічні втрати. Через зазначену причину в каталогах наводять значення тільки повного і об'ємного ККД насоса.

Знаючи потужність насоса і частоту обертання його вала, можна визначити *момент на валу*:

$$M_{\text{н}} = N_{\text{н.в}} / \omega_{\text{н}} = p_{\text{н}} Q_{\text{н}} / 2\pi n_{\text{н}} \eta_{\text{н}},$$

де  $\omega_{\text{н}}$  – кутова швидкість обертання вала.

### Поршневі насоси

Основні елементи поршневих насосів – циліндр, поршень і розподільники, за допомогою яких циліндр поперемінно сполучається то з лінією всмоктування, то з лінією нагнітання. Характерними ознаками насосів є кратність дії, конструкція поршня, число і розташування циліндрів, конструкція розподільника.

Так як принцип дії всіх насосів однаковий, розглянемо найбільш простий одноциліндровий насос односторонньої дії (рис. 6.2, а). При русі поршня 2 вправо збільшується об'єм робочої камери в циліндрі 1. Внаслідок цього тиск у ній зменшується, всмоктувальний клапан 3 відкривається, і рідина всмоктується в циліндр з підвідного патрубка. При русі поршня вліво об'єм робочої камери зменшується, тиск у ній зростає, всмоктувальний клапан закривається, а нагнітальний клапан 4 відкривається. Рідина витісняється з циліндра в нагнітальний патрубок.

Таким чином, насос односторонньої дії за один оборот кривошипного валу один раз витісняє рідину з робочої камери.

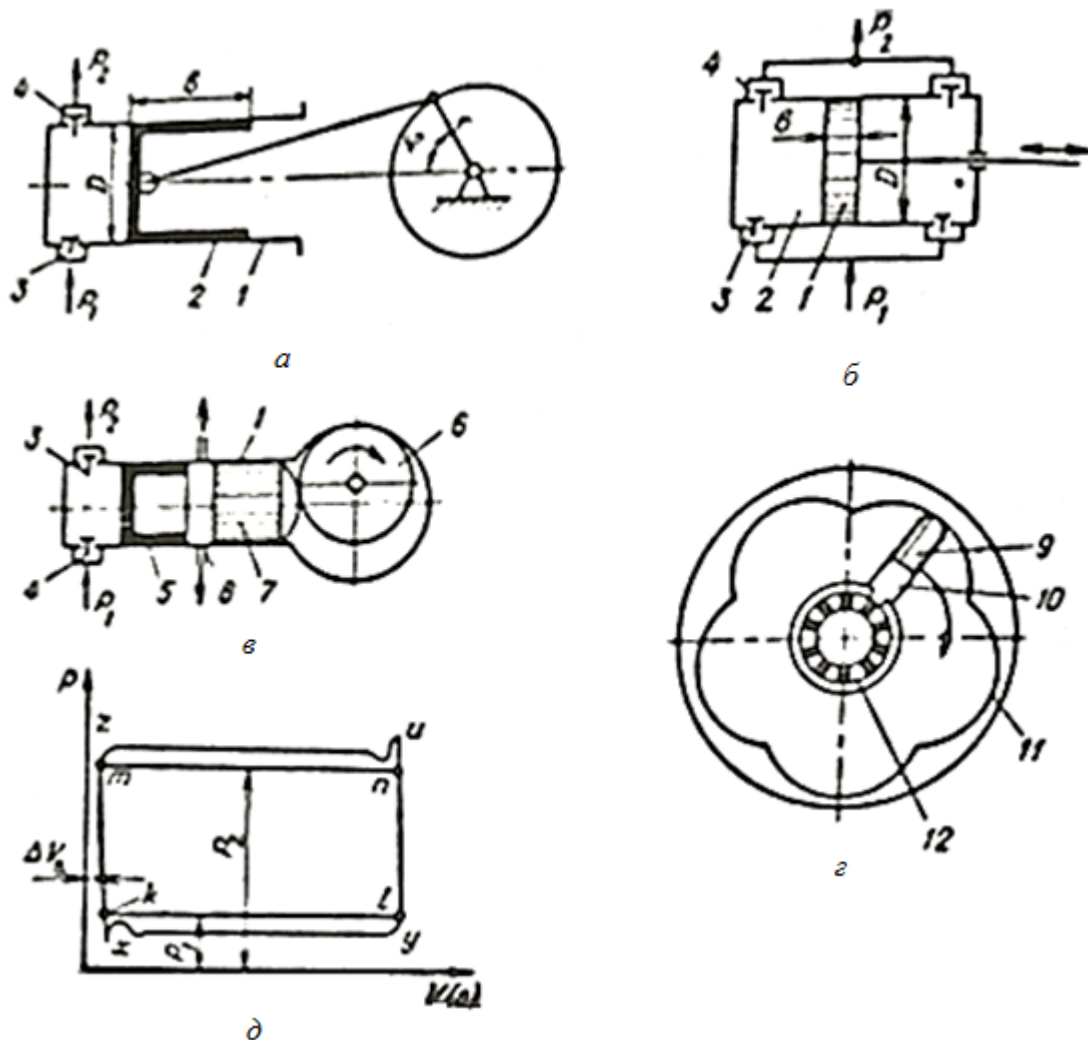


Рисунок 6.2 – Поршневі насоси

Процес зміни тиску в циліндрі в залежності від зміни об'єму робочої камери  $V$  або ходу поршня  $S$  можна простежити по індикаторній діаграмі (рис. 6.2, д), площа якої пропорційна роботі насоса за цикл. Відкриття всмоктувального клапана відбувається в точці  $x$  закриття – в точці  $y$ . Лінія  $xu$  відповідає зміні тиску в циліндрі при всмоктуванні рідини і розташовується нижче лінії  $kl$  середнього тиску  $p_1$  у всмоктувальному



патрубка насоса на відстані, відповідній величині втрат тиску від всмоктувального патрубка до циліндра. Лінія  $ui$  відповідає стисненню рідини в циліндрі від моменту закривання всмоктувального клапана до моменту відкривання нагнітального клапана (в точці  $u$ ). Так як рідина практично нестислива, лінія  $ui$  майже паралельна осі ординат, тобто відкривання нагнітального клапана відбувається практично миттєво після закривання всмоктувального. Лінія  $uz$  відповідає нагнітання рідини з циліндра в нагнітальний патрубок і розташовується трохи вище лінії  $mn$  середнього тиску  $p_2$  в нагнітальному патрубку на відстані, що відповідає величині втрат тиску від циліндра до нагнітального патрубка. Лінія  $zx$  відповідає падінню тиску в циліндрі після закривання нагнітального клапана (в точці  $z$ ) до відкривання всмоктувального (в точці  $x$ ). Ця лінія, як і  $ui$ , через нестисливість рідини практично паралельна осі ординат, тобто відкривання всмоктувального клапана також відбувається практично миттєво після закривання нагнітального. Відрізок  $\Delta V_v$  пропорційний об'єму шкідливого простору циліндра, відрізок  $kl$  – об'єму всмоктуваної рідини в циліндр, відрізок  $mn$  – об'єму рідини, що нагнітається в нагнітальний патрубок (подачі насоса).

Коливання тиску в момент відкривання всмоктувального (правіше точки  $x$ ) і нагнітального (лівіше точки  $u$ ) клапанів пояснюється їх інерційністю та умовами обтікання їх рідиною.

Аналогічно працюють насос двократної двобічної дії – насос з двома робочими камерами (рис. 6.2, б) и ексцентриковий (рис. 6.2, в).

Для збільшення робочого об'єму насосів нерідко використовується принцип багатократності дії. На рис. 6.2, г приведено насос п'ятикратної дії.

Якщо довжина поршня менше його діаметра, тобто  $b < D$  (див. рис. 6.2, б), то такий поршень називається *дисковим*, якщо  $b > D$  (див. рис.

6.2, а, в, г) – *плунжерним*. Як правило, плунжери використовуються для отримання високого тиску, причому, вони можуть бути як суцільними (див. рис. 6.2, г), так і порожнистими (див. рис. 6.2, а, в).

За кількістю циліндрів поршневі насоси поділяються на одно- і багатоциліндрові, по їх розташуванню – на насоси з паралельним розташуванням осей циліндрів в одній площині (насоси з кривошипно-шатунним механізмом і ексцентрикові), зіркоподібним або V-подібним (радіальні насоси), а також з розташуванням осей циліндрів паралельно їх осі обертання (аксіальні насоси).

За конструкцією розподільника розрізняють поршневі насоси з клапанним розподілом і золотниковим (примусовим).

Робочий об'єм одноциліндрового поршневого насоса односторонньої дії визначається зміною об'єму робочої камери, викликаним переміщенням поршня за один оборот кривошипа:

$$q_n = \frac{\pi D^2}{4} S,$$

де  $D$  – діаметр поршня ;  $S=2r$  – хід поршня ;  $r$  – радіус кривошипа.

Робочий об'єм багатоциліндрового насоса багаторазової дії (з однаковими циліндрами):

$$q_n = \frac{\pi D^2}{4} S m z k,$$

де  $m$  – число рядів циліндрів;  $z$  – число циліндрів в одному ряду;  $k$  – кратність дії.

Поршневі одноциліндрові насоси в гідроприводі гірських машин використовуються рідко. Широке поширення отримали трьохциліндрові ексцентрикові насоси високого тиску. Наприклад, в уніфікованій насосній станції СНУ-9 гідромеханізованих кріплень очисних комплексів

використовуються насоси типу АНУ160 ( $q_n=160 \text{ см}^3$ ,  $Q_n=90 \text{ л/хв}$ ,  $p_n=32 \text{ МПа}$ ,  $N_{н.в}=55 \text{ кВт}$ ,  $n_n=600 \text{ хв}^{-1}$ ).

### ***Графіки подачі поршневих насосів***

За вищенаведеною формулою можна визначити середню подачу насоса за цикл (один оборот валу). Дійсна миттєва подача пропорційна швидкості поршня  $c$ . Для одноциліндрового насоса однократного дії миттєва теоретична подача:

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} c.$$

Якщо знехтувати скінченою довжиною шатуна, то при повороті кривошипа на кут  $\varphi$  швидкість поршня

$$c \approx \omega_n r \sin \varphi = 2\pi n_n r \sin \varphi,$$

а миттєва подача

$$Q = \frac{\pi D^2}{4} c = \frac{\pi^2 D^2 n_n}{2} r \sin \varphi.$$

Таким чином швидкість поршня і миттєва подача при  $n_n=\text{const}$  змінюються синусоїдально. Так само змінюються ці параметри і для інших поршневих насосів з аналогічним перетворенням обертального руху в зворотно-поступальний рух поршня (ексцентрикових, радіально- та аксіально-поршневих).

Графічна залежність  $Q=f(\varphi)$  або, при  $n_n=\text{const}$ ,  $Q=f(t)$  називається *графіком подачі*. Для побудови графіка необхідно знати принцип дії насоса і закон зміни швидкості поршня. Для одноциліндрового насоса однократної дії графік подачі – а це напівсинусоїди, зміщені відносно одна одної на кут  $\pi$  (рис. 6.3, а). Для двоциліндрового насоса однократної дії або насоса двосторонньої дії при малій товщині штока – це безперервні напівсинусоїди (рис. 6.3, б). Для трьохциліндрового насоса односторонньої

дії при рівномірному зміщенні кривошипів це напівсинусоїди із зсувом відносно одна одної на  $2\pi/3$  (рис. 6.3, в). Так як в останньому випадку в деяких діапазонах кутів подача насоса здійснюється одночасно двома циліндрами, сумарна подача і стає досить рівномірною.

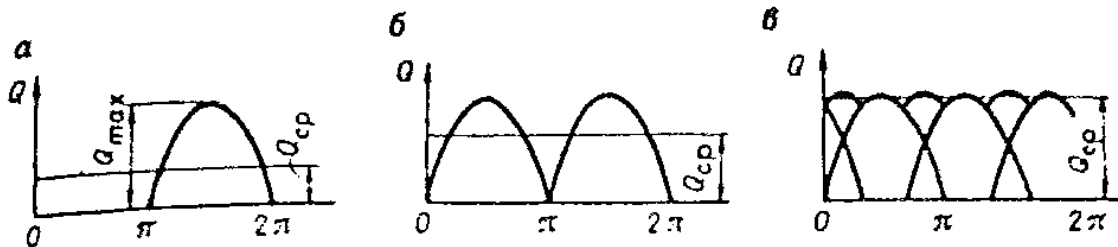


Рисунок 6.3 – Графіки подачі поршневих насосів

Нерівномірність подачі викликає гідравлічні удари, небезпечні вібрації і нерівномірність руху виконавчих органів машин. Тому прагнуть вирівняти графік подачі, наблизивши його до прямої. Пульсація подачі насоса щодо середньої подачі оцінюється *коефіцієнтом нерівномірності*:

$$\delta = \frac{Q_{\max} - Q_{\min}}{Q_{\text{cp}}} \cdot 100 \%,$$

де  $Q_{\max}$  і  $Q_{\min}$  – відповідно максимальне і мінімальне значення миттєвої подачі.

З таблиці 6.3 для вирівнювання подачі доцільно застосовувати багатоциліндрові насоси з непарним числом циліндрів, в яких моменти початку видачі рідини з камер зміщені в часі, що досягається поворотом кривошипів на кут  $2\pi/z$ . При числі циліндрів  $z \geq 7$  подачу можна вважати рівномірною.

Таблиця 6.3 – Коефіцієнт нерівномірності  $\delta$  при різному числі циліндрів насоса  $z$

|              |     |     |    |    |   |    |   |   |     |    |    |
|--------------|-----|-----|----|----|---|----|---|---|-----|----|----|
| $z$ , шт.    | 1   | 2   | 3  | 4  | 5 | 6  | 7 | 8 | 9   | 10 | 11 |
| $\delta$ , % | 314 | 157 | 14 | 33 | 5 | 14 | 3 | 8 | 1,5 | 5  | 1  |

При  $\delta > 10\%$  подача насоса вважається нерівномірною. У цьому випадку насоси, як правило, забезпечуються повітряними ковпаками. Щоб локалізувати збурення від пульсації подачі в самому насосі, повітряний ковпак встановлюється відразу за нагнітальними клапанами. У водяних поршневих насосах ( $z < 3$ ) для поліпшення умов всмоктування повітряні ковпаки встановлюються іноді на всмоктувальних (довгих) трубопроводах, але і в цих випадках вони повинні знаходитися на мінімальній відстані від джерела збурення, тобто розташовуватися якомога ближче до всмоктувального клапану.

У практиці гідроприводу ковпаки (гідроаккумулятори, наповнені стисненим азотом) встановлюють у нагнітальні лінії насосних станцій (СНУ- 5, СНУ-9, СНТ32) механізованих кріплень, в яких витрата робочої рідини різко змінюється.

### Гідроциліндри і поворотні гідродвигуни

Гідроциліндри – це об’ємні гідродвигуни із зворотно-поступальним переміщенням вихідної ланки. Існує велике різноманіття конструкцій і схем гідроциліндрів (рис. 6.4).

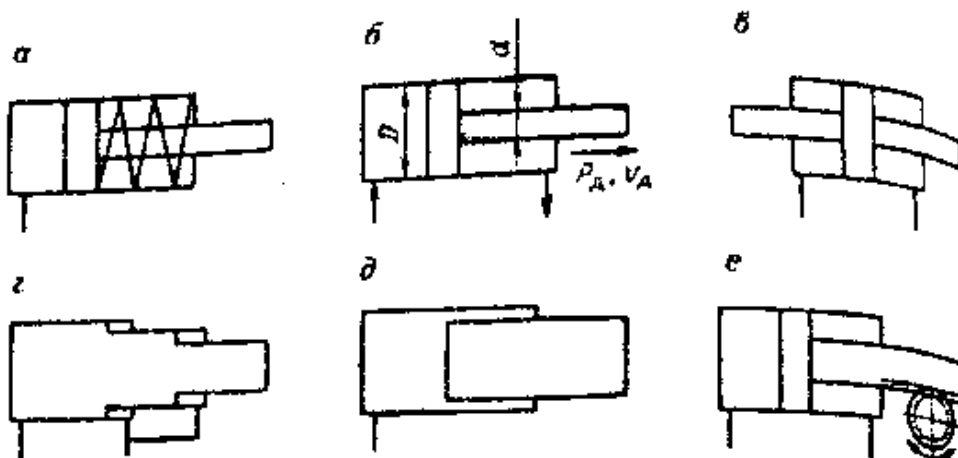


Рисунок 6.4 – Гідроциліндри

У гідроциліндрі односторонньої дії (рис. 6.4, а) робочий хід поршня відбувається під дією тиску рідини, а повернення, якщо необхідне зусилля невелике, – під дією пружини або зовнішніх сил.

У гідроциліндрах двосторонньої дії (рис. 6.4, б) прямий (зліва направо) і зворотний (справа наліво) ходи поршня здійснюються під дією тиску рідини. Такі гідроциліндри можуть бути з одностороннім штоком або з двостороннім (рис. 6.4, в).

Якщо необхідно забезпечити хід, що перевищує довжину корпусу циліндра, то застосовують телескопічні гідроциліндри (рис. 6.4, г), тобто циліндри з кількома штоками.

При високих значеннях тиску застосовують плунжерні гідроциліндри (рис. 6.4, д). Гідроциліндри з рейковою передачею (рис. 6.4, е), що перетворюють поступальний рух штоків в зворотно-поворотний рух виконавчого механізму, називаються поворотними гідродвигунами.

Основними технічними показниками гідроциліндрів є: витрата, тиск, потужність, ККД, зусилля на вихідній ланці і швидкість її руху, а також діаметри поршня  $D$  і штока  $d$ .

Витрата гідроциліндра:

$$Q_d = v_d F_d / \eta_{d.o}$$

де  $v_d$  – лінійна швидкість штока;  $F_d$  – робоча площа поршня.

*Вхідна потужність* гідроциліндра визначається аналогічно потужності гідромотора, а *вихідна*:

$$N_{d.v} = p_d Q_d \eta_d = P_d v_d,$$

де  $P_d$  – зусилля на штоці, яке дорівнює:

$$P_d = \frac{p_d Q_d \eta_d}{v_d} = p_d F_d \eta_{d.r} \eta_{d.m}$$

Значення об'ємного, гідравлічного і механічного ККД залежать від типу застосовуваних ущільнень. Так, в гідроциліндрах з гумовими кільцевими ущільненнями  $\eta_{д.о}=0,98-0,99$ ,  $\eta_{д.г}\approx 1$ ,  $\eta_{д.м}=0,85-0,95$ .

### **Запитання для самоконтролю**

1. Яка задача гідроприводу? Які його переваги?
2. Які є елементи гідроприводу, яке їх призначення?
3. Які вимоги до в'язкості робочої рідини?
4. Які основні параметри роботи насосів?
5. Як зменшити коефіцієнт нерівномірності подачі поршневого насоса?

## Лекція №7

### Тема: Роторні насоси та гідромотори

*Зміст лекції. Радіально-поршневі та аксіально-поршневі насоси. Шестеренчасті насоси та гідромотори. Гвинтові насоси і гідромотори. Порівняльна характеристика різних об'ємних насосів.*

*На СРС: гвинтові насоси.*

### Роторні насоси

До роторних насосів відносяться насоси, в яких витискувачі при роботі виконують складний просторовий рух, але визначальним рухом при цьому є обертальний.

Найбільш розповсюджені в гідроприводі роторні насоси: радіально- та аксіально-поршневі; пластинчаті; шестеренні; гвинтові. Принцип дії та основні технічні показники всіх цих насосів такі ж, як і для розглянутих поршневих. Однак, є деякі відмінності властиві тільки цій групі машин:

- висока допустима частота обертання вала, обумовлена відповідною конструкцією витискувачів, розташованих в роторі;
- компактність, а отже, і велика створювана потужність на одиницю маси машини;
- реверсивність – при зміні напрямку обертання ротора змінюється напрямок потоку в патрубках насоса;
- безклапанний (як правило) розподіл рідини, що підвищує надійність машини, так як поломки клапанів є причиною частих відмов;
- можливість регулювання подачі шляхом зміни робочого об'єму (для багатьох машин).

Наведені особливості, по суті, є перевагами роторних насосів. Однак, вони мають недоліки, найбільш суттєві з яких: можливість запирання



рідини в змінному об'ємі (при безклапанному розподілі); великі витоки рідини, що призводить до зниження об'ємного, а отже, і повного ККД; більш складна конструкція.

### Радіально-поршневі насоси

Регульований радіально-поршневий насос (рис. 7.1) складається з ротора 2 з циліндрами, плунжерів 1, обойми 4, розподільчого пристрою 3 з підвідними і відвідними каналами 5 і 6, а також пристрою, за допомогою якого обойма 4 переміщується щодо осі ротора на величину ексцентриситету  $e$ . Роль розподільчого пристрою виконує пустотіла вісь 7 з ущільнювальною перемичкою. На цій осі закріплений ротор. При обертанні ротора циліндри своїми каналами по черзі з'єднуються з каналами всмоктування 5 і нагнітання 6, розташованими в пустотілій осі. При переході циліндрів через нейтральне положення їхні канали перекриваються ущільнювальною перемичкою, і лінія всмоктування відокремлюється від напірної лінії.

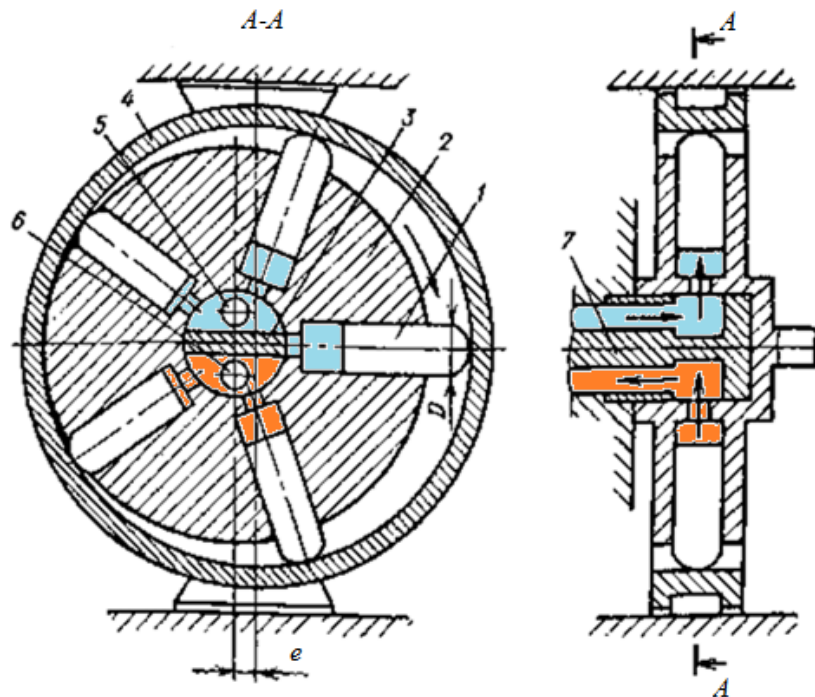


Рисунок 7.1 – Радіально-поршневий насос

Перемичка повинна мати оптимальну товщину, що виключає зміну замкненого об'єму рідини в циліндрі при обертанні ротора (товщина, що перевищує оптимальну), що призводить до вищерозглянутих негативних явищ, або можливість перетікання рідини з області нагнітання в область всмоктування (занадто мала товщина).

Щоб уникнути розклинення плунжерів в циліндрах необхідно, щоб їх максимальний хід не перевищував 0,1 радіуса ротора. Часто насос виконують з двома або трьома рядами плунжерів для збільшення його робочого об'єму.

При роботі насоса головки плунжерів притискаються до внутрішньої поверхні обойми відцентровими силами або, частіше, тиском рідини, що подається в циліндр підживлювальним насосом. Якщо ексцентриситет  $e \neq 0$ , то плунжери, обкочуючись по обоймі і здійснюючи при цьому зворотно-поступальний рух в циліндрах, виконують всмоктування рідини (рух від центру обертання) або нагнітання (рух – до центру). Якщо ексцентриситет  $e=0$ , то радіальне переміщення плунжерів відсутнє, і насос не подає рідину.

Робочий об'єм насоса:

$$q_n = \frac{\pi D^2}{4} z \cdot 2et = \frac{\pi D^2}{2} zet,$$

де  $D$  – діаметр плунжера;  $z$  – число плунжерів;  $t$  – число рядів плунжерів.

Змінюючи величину і знак ексцентриситету, можна змінювати подачу і напрямок потоку рідини. При максимальному значенні ексцентриситету  $e_{\max}$  подача насоса максимальна.

Регульовані радіально-поршневі насоси типу НР випускаються серійно для гідроприводів машин, що застосовуються в різних галузях промисловості. Їх основні технічні показники:  $q_n=125-500 \text{ см}^3$ ,  $Q_n=100-400 \text{ л/хв}$ ,  $p_n - 10 \text{ і } 20 \text{ МПа}$ ,  $n_n=960 \text{ хв}^{-1}$ ,  $N_{н.в}= 45-192 \text{ кВт}$ .

## Аксіально-поршневі насоси

Аксіально-поршневі насоси, що випускаються з похилим диском (рис. 7.2, а) або похилим ротором (рис. 7.2, б), складаються з ротора 1 з циліндрами, плунжерів 2, розподільного пристрою 3, приводного вала 4 і пристрою для зміни кута  $\alpha$  нахилу диска або ротора. Щоб уникнути заклинювання плунжерів у циліндрах максимальне значення кута  $\alpha_{\max}$  має бути рівним 20-30°.

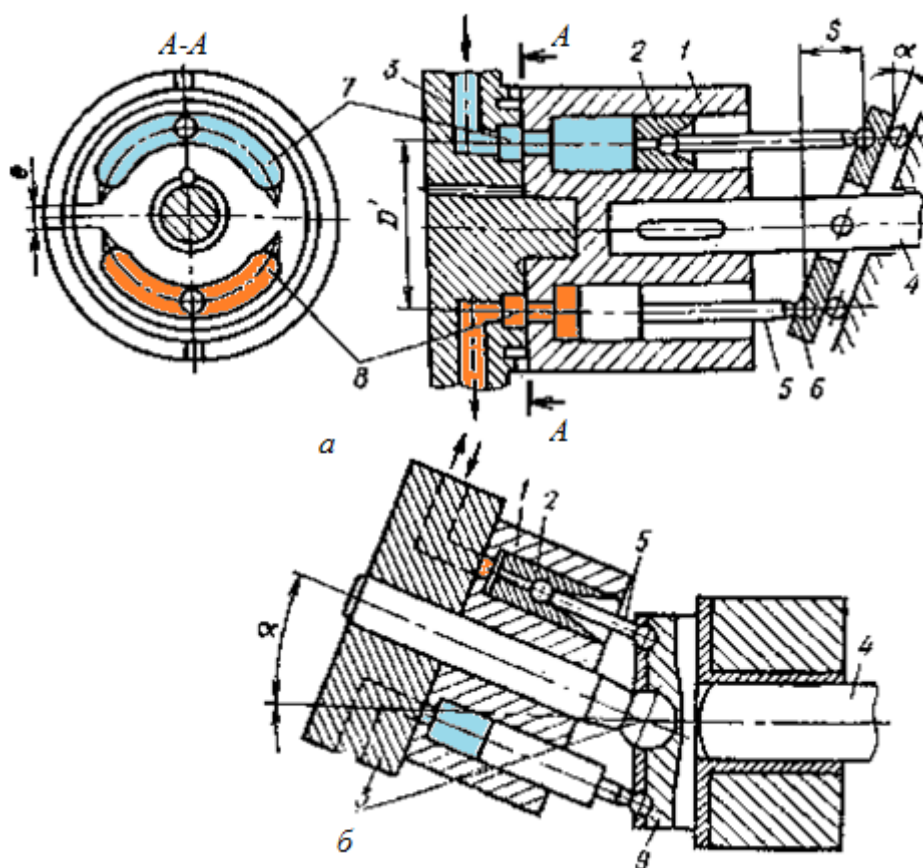


Рисунок 7.2 –Аксіально-поршковий насос

Якщо  $\alpha \neq 0$ , то при обертанні ротора 1 плунжери 2, шарнірно пов'язані шатунами 5 з похилим диском 6 або з ведучим диском 9, здійснюють зворотно-поступальний рух в циліндрах. Віддаляючись від розподільного пристрою 3, плунжери всмоктують рідину, а наближаючись до нього –

нагнітають. Підведення рідини до циліндрів і відведення від них здійснюються через отвори в торці ротора, які поперемінно з'єднуються з розподільчими напівкільцевими вікнами 7 і 8, які знаходяться в розподільнику 3. Коли плунжери доходять до крайніх точок, отвори циліндрів розташовуються навпроти перемичок між вікнами 7 і 8 – лінія всмоктування відокремлюється від лінії нагнітання. Так само як у радіально-поршневих насосах, замкнений розподільчою перемичкою об'єм рідини в циліндрі при обертанні ротора може дещо змінюватися. Тому в деяких конструкціях в перемичках між вікнами 7 і 8 роблять невеликі канавки (див. рис. 6.5, а). Це, однак, збільшує витoki в насосі і знижує його ККД.

Робочий об'єм насоса

$$q_n = \frac{\pi D^2}{4} z D' \tan \alpha,$$

де  $D'$  – діаметр кола, проведеного через осі циліндрів.

Змінюючи кут  $\alpha$ , можна змінювати подачу і напрямок потоку рідини в насосі. При  $\alpha_{\max}$  – подача максимальна.

Аксіально-поршневі насоси більш компактні, ніж радіально-поршневі, і мають більший ККД, однак вони більш чутливі до вібрацій. Промисловістю серійно випускаються регульовані і нерегульовані аксіально-поршневі насоси декількох модифікацій з робочими об'ємами  $q_n=4-140$  см<sup>3</sup>; подачами  $Q_n=5-200$  л/хв; тисками  $p_n=6-32$  МПа; потужностями  $N_{н.в}=3-77$  кВт.

### **Пластинчаті насоси**

Пластинчаті (шиберні) насоси можуть бути одноразової та багаторазової дії, одинарними та здвоєними.

Насос однократної дії (рис. 7.3, а) складається з ротора 1, вісь обертання якого зміщена щодо осі статора 2 на величину ексцентриситету  $e$ . У пазах ротора встановлено пластини (шибери) 3, що притискаються до внутрішньої поверхні статора тиском рідини або пружинами. Ковзаючи по статору, пластини одночасно здійснюють зворотно-поступальний рух в пазах ротора. При цьому серпоподібна порожнина, утворена ексцентричним розміщенням ротора в статорі, розділяється пластинами на камери, об'єм яких під час роботи безперервно змінюється. Якщо об'єм камер збільшується, то відбувається всмоктування рідини, якщо зменшується – нагнітання. Щоб уникнути розклинення пластин в пазах необхідно, щоб максимальний ексцентриситет не перевищував 0,1 радіуса ротора.

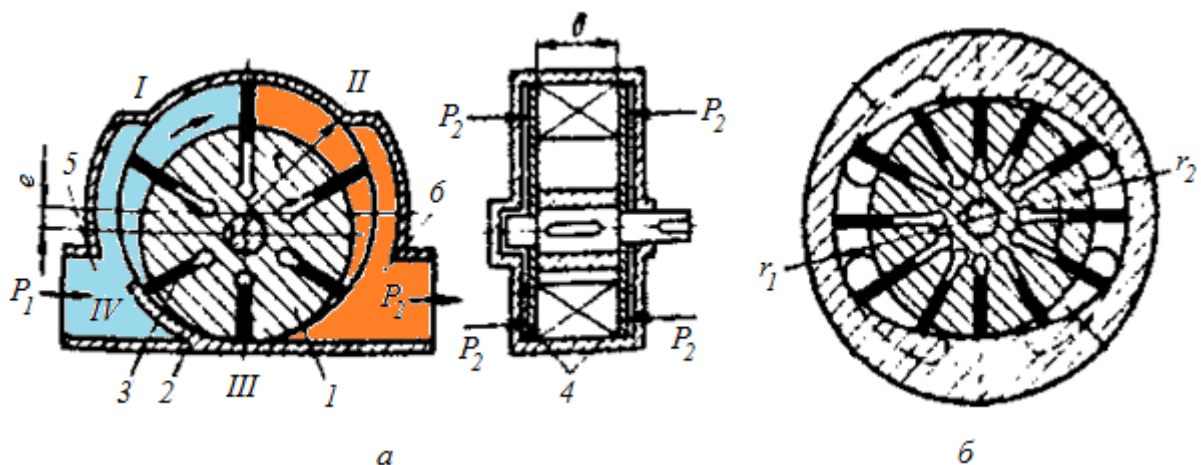


Рисунок 7.3 – Пластинчаті насоси

Для розділення всмоктувальної порожнини 5 і нагнітальної 6 в статорі є ущільнювальні виступи I-II та III-IV. З торців ротор ущільнюється дисками 4, які притискаються до торців пластин тиском  $p_2$ . Кожна камера за один повний оборот бере участь у нагнітанні рідини один раз, тому розглянутий насос – односторонньої дії. Всі камери цього насоса переносять за один оберт у порожнину нагнітання об'єм рідини, що дорівнює об'єму кільця шириною  $b$  і товщиною  $2e$  за вирахуванням

об'єму, зайнятого пластинами. Отже, робочий об'єм пластинчастого насоса односторонньої дії:

$$q_n = 2eb(2\pi r - z\delta),$$

де  $r$  – радіус статора;  $z$  – число пластин,  $\delta$  – товщина пластини.

Пластинчасті насоси одноразової дії можуть бути з постійною або змінною подачею, причому в останніх регулювання подачі здійснюється шляхом зміни ексцентриситету.

У пластинчастих насосах однократного дії на ротор і підшипники діють односторонні сили тиску, що ускладнює створення насосів, розрахованих на великі значення тиску, і є однією з причин їх малого терміну служби. У насосах двократної дії (рис. 7.3, б), завдяки наявності двох протилежно розташованих порожнин, ротор розвантажений від сил тиску, а підведення рідини в камери і відведення з них проводиться через торцеві вікна статора. Однак, насоси двократної дії – нерегульовані.

У насосах високого тиску пластини-шибери виконують подвійними з невеликим зазором між ними і внутрішньою поверхнею статора (лабіринтове ущільнення), що збільшує опір перетіканню рідини. Пластини притискаються до статора під дією тиску рідини  $p_2$ , що підводиться з порожнини нагнітання. Така конструкція збільшує контакт пластин з внутрішньою поверхнею статора і зменшує витік рідини.

Серійно випускаються нерегульовані пластинчасті насоси двократної дії з наступними параметрами:  $q_n=5-224 \text{ см}^3$ ,  $Q_n=5-200 \text{ л/хв}$ ,  $p_n=6,3-12,5 \text{ МПа}$ ,  $N_{н.в}=2-26 \text{ кВт}$ .

### **Шестеренні насоси**

Шестеренні насоси випускаються із зовнішнім і внутрішнім зачепленням. Останні більш компактні, але через складність виготовлення застосовуються рідко.

Насос із зовнішнім зачепленням (рис. 7.4) складається з корпусу 1, в якому з невеликими торцевими й радіальними зазорами знаходяться в зачепленні дві однакові шестерні – ведуча 2 і ведена 3. При обертанні шестерень, коли зуби виходять з западин (об'єм камери збільшується), відбувається всмоктування рідини. Потім рідина, що заповнила западини, переноситься по зовнішній дузі шестернями в напрямку обертання, а коли зуби входять у западини (об'єм камери зменшується), рідина витісняється в нагнітальну лінію.

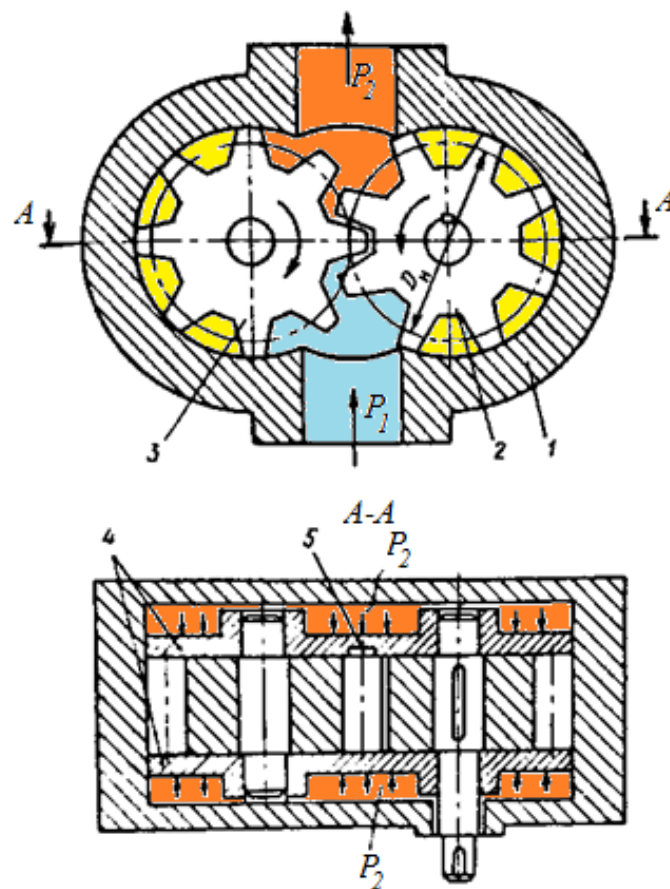


Рисунок 7.4 – Шестеренні насоси

У шестеренних насосах, так само як у всіх насосах з примусовим розподілом рідини, можливо їх замикання в змінному об'ємі. І хоча об'єм, що замикається, невеликий, його відносна зміна – велика. Отже, в ньому можуть відбуватися значна зміна тиску і навіть кавітація. Існують кілька

способів, що виключають замикання рідини в шестеренних насосах. Найбільш поширений з них – розвантаження зазначеного об’єму за рахунок створення спеціальних бічних каналів в корпусі насоса в області зачеплення зубів (див. рис. 7.4, б) або каналів 5 в ущільнювальних дисках 4. Через ці канали рідина витісняється із замкнутого об’єму або підсмоктується в нього. Але в обох випадках знижуються об’ємний, а отже, і повний ККД насоса. У деяких конструкціях насосів розвантаження замкнутого об’єму здійснюється через радіальні отвори в западинах шестерень.

Основні витoki в насосах відбуваються через торцеві ущільнення. Номінальний тиск насосів без спеціальних приймальних дисків, як правило, не перевищує 2,5 МПа. При наявності торцевих ущільнювальних дисків 4, які підтискаються тиском рідини  $p_2$ , номінальний тиск насоса збільшується до 16 МПа.

Робочий об’єм шестеренного насоса можна визначити (з достатньою для практики точністю) з умов рівності об’ємів зуба і западини. Тоді, вважаючи, що висота зуба дорівнює  $2m$ :

$$q_n = 2\pi D_n m b = 2\pi z m^2 b,$$

де  $m$  – модуль зуба;  $D_n$  – діаметр початкового кола;  $z$  – число зубів;  $b$  – ширина зуба.

З рівняння випливає, що застосування в насосах шестерень з великим модулем і малим числом зубів дозволяє зменшити габарити насосів, але при цьому дещо збільшується пульсація подачі.

Зазвичай шестеренні насоси мають постійний робочий об’єм.

Серійно випускаються шестеренні насоси з наступними параметрами:  $q_n=10-100 \text{ см}^3$ ,  $Q_n=12,3-135,0 \text{ л/хв}$ ,  $p_n=2,5-12,5 \text{ МПа}$ ,  $N_{н.в}=1-28 \text{ кВт}$ .



## Гідромотори

Роторні насоси в принципі можуть працювати як гідромотори. Для цього необхідно в робочу камеру насоса підвести рідину з відповідним тиском.

Розглянемо принцип дії радіально-поршневого гідромотора. У результаті тиску робочої рідини на поршень в точці торкання сфери головки поршня і обойми статора виникає сила реакції зв'язку, напрямом якої нормальний як до поверхні сфери, так і до поверхні обойми статора в точці їх дотику. Внутрішню поверхню обойми статора і головки поршнів необхідно виготовляти з матеріалу високої твердості, до того ж, поверхні повинні бути добре оброблені (відшліфовані). Нерідко замість головок поршнів встановлюють підшипники кочення. Неможливо створити гідромотор з одним чи двома поршнями.

Принцип дії аксіально-поршневих гідромоторів аналогічний принципу дії радіально-поршневих.

У пластинчастих гідромоторах крутний момент створюється за рахунок різниці сил тиску рідини на пластини, що утворюють робочу камеру гідромотора. Для більш щільного притиснення пластин до поверхні обойми статора в пази ротора за пластинами подається високий тиск рідини. При горизонтальному розташуванні валу гідромотора без підведення цього тиску ротор взагалі не отримає початкового моменту обертання. У найбільш досконалих гідромашинах в кожному пазу розміщують не одну, а дві поруч розташовані пластини, що зменшує витрати в машині і підвищує її ККД.

У шестеренних гідромоторах момент на роторі створюється за рахунок різниці сил, що діють на поверхні зуба, що знаходиться в

зачепленні, і зубів, що входять в порожнини, утворені внутрішніми циліндричними поверхнями статора.

У всіх гідромоторах розподіл рідини безклапанний.

### **Основні технічні показники характеристики гідромоторів**

Основними технічними показниками гідромоторів є робочий об'єм, витрата, тиск, потужність, ККД, момент і частота обертання.

Робочий об'єм гідромоторів визначається за тими ж формулами, що і робочий об'єм відповідних їм насосів.

Витрата гідромотора  $Q_d$  – це витрата через його підвідний патрубок. Через витоки  $\Delta Q_d$  у гідромоторі корисна витрата  $Q_{d,k}$  менша за підведену, тобто:

$$Q_{d,k} = Q_d - \Delta Q_d \text{ або } Q_{d,k} = q_d n_d$$

Витоки в гідромоторі, як і в насосі, ведуть до втрат потужності, тому їх прийнято оцінювати об'ємним ККД:

$$\eta_{d,o} = Q_{d,k} / Q_d.$$

Тоді витрата гідромотора:

$$Q_d = q_d n_d / \eta_{d,o}.$$

Тиск гідромотора  $p_d$  – це повний тиск (енергія одиниці об'єму рідини), що використовується гідромотором для створення механічної енергії на його валу. Так як при роботі в гідромоторі виникають втрати тиску  $\Delta p_d$ , корисний тиск  $p_{d,k}$  менший за підведений  $p_d$ :

$$p_{d,k} = p_d - \Delta p_d$$

Складна конфігурація проточної частини гідромотора і несталий рух рідини не дозволяють визначити розрахунковим шляхом величину втрат

$\Delta p_d$ , тому гідравлічні втрати потужності за аналогією з об'ємними оцінюють гідравлічним ККД:

$$\eta_{d,\Gamma} = p_{d,\kappa}/p_d.$$

*Вхідна потужність гідромотора (потужність потоку)*

$$N_d = p_d Q_d$$

більша за *вихідну на валу гідромотора* на величину об'ємних, гідравлічних і механічних втрат:

$$N_{d,v} = N_d - \Delta N_{d,o} - \Delta N_{d,\Gamma} - \Delta N_{d,m},$$

або

$$N_{d,v} = p_d Q_d \eta_d,$$

де  $\eta_d = \eta_{d,o} \eta_{d,\Gamma} \eta_{d,m}$  – повний ККД гідромотора;  $\eta_{d,m}$  – механічний ККД гідромотора, що залежить від втрат потужності в підшипниках і ущільненнях. Так як гідравлічні й механічні втрати розділити важко, то в каталогах наводять значення тільки  $\eta_d$  і  $\eta_{d,o}$ .

Знаючи потужність на валу  $N_{d,v}$  і частоту його обертання (в об/с), можна визначити момент на валу:

$$M_d = \frac{N_{d,v}}{\omega_d} = \frac{p_d Q_d \eta_d}{2\pi n_d} = \frac{p_d q_d \eta_{d,\Gamma} \eta_{d,m}}{2\pi},$$

де  $\omega_d$  – кутова швидкість обертання валу.

### **Запитання для самоконтролю**

1. Які переваги роторних насосів над поршневими?
2. Як регулювати подачею радіально-поршневого насоса?
3. Що таке «запирання рідини»? Як йому запобігти?
4. Чим гідромотор відрізняється від гідроциліндра?
5. Як визначити потужність на валу гідромотора?

## Лекція №8

**Тема: Гідроапаратура. Допоміжні пристрої та лінії.**

**Зміст лекції.** Гідроапаратура. Направляюча апаратура (розподільники рідини, зворотні клапани, гідравлічні замки). Регулятори тиску (запобіжні, переливні та редуційні клапани) та пристрої керування витратою (дроселі, регулятори витрати). Допоміжні пристрої та лінії (кондиціонери, гідроємності, гідролінії).

**На СРС:** гідравлічні замки. Гідроємності.

### Класифікація гідроапаратів

Гідропривід, що застосовується у машинах, дозволяє найбільш раціонально автоматизувати процеси машин за допомогою гідравлічних засобів автоматизації – *гідроапаратури*, яка в цьому випадку є елементною базою автоматизації і виконує різні функції з управління від найпростіших до найскладніших.

За призначенням всю гідроапаратуру можна розділити на *направляючу* і *регулюючу*. Направляюча гідроапаратура призначена для зміни (підтримання) напрямку потоку рідини шляхом повного перекриття (відкриття) прохідного каналу (каналів) в апараті. Регулююча апаратура призначена для зміни тиску або витрати (іноді, напрямку потоку) рідини шляхом часткового перекриття прохідного каналу (каналів) в апараті. У свою чергу, регулятори можуть бути *прямої і непрямой дії*. До регуляторам прямої дії відносяться ті, в яких переміщення регулюючого елемента здійснюється за рахунок енергії регульованого об'єкта, тобто за рахунок енергії робочої рідини. Як правило, регулятори цього типу прості по конструкції і не вимагають великої потужності для управління регулюючим елементом. Якщо для переміщення регулюючого елемента

необхідна значна потужність (сотні ват і більше), то застосовують регулятори непрямої дії, в яких енергія регульованою середовища використовується тільки для управління гідродвигуном, а він уже сам впливає на регулюючий елемент. При цьому потужність сигналу від регульованої середовища незначна і діє тільки на чутливий елемент регулятора. Імпульс від чутливого елемента подається на гідропідсилювач, що підсилює сигнал по потужності до значення, необхідного для управління регулюючим елементом. Таким чином, регулятор непрямої дії значно складніше регулятора прямої дії і полягає, як правило, з трьох основних вузлів: чутливого елемента, гідропідсилювача і гідродвигуна. Тип гідропідсилювача визначає назву самого регулятора. Посилення потужності відбувається, зазвичай, в слідкуючому (регулюючому) елементі гідроапарата за рахунок підведення до нього енергії від насоса.

Запірно-регулюючий елемент – основна деталь будь-якого гідроапарата. Конструктивно він може бути виконаний у вигляді крана, золотника або клапана.

*Золотник* (рис. 8.1, а) – це, як правило, циліндричне тіло обертання з декількома ущільнюючими поясками і проточками між ними для проходу рідини. Характерна особливість золотника – його зворотно-поступальне переміщення уздовж своєї осі в процесі роботи.

*Кран* (рис. 8.1, б) являє собою симетричне тіло обертання циліндричної, конічної, кульової або іншої форми з прохідними каналами для рідини. Характерна особливість крана – його зворотно-поворотний рух біля своєї осі в корпусі апарату в процесі роботи.

*Клапанний* запірний (рис. 8.1, в) елемент складаються з сідла і власне клапана, який може мати різні форми (кулі, конуса, тарілки тощо). Характерна особливість клапанного запірно-регулюючого елемента – його

зворотно-поступальне переміщення при роботі уздовж осі, перпендикулярної площі живого перетину в сідлі.

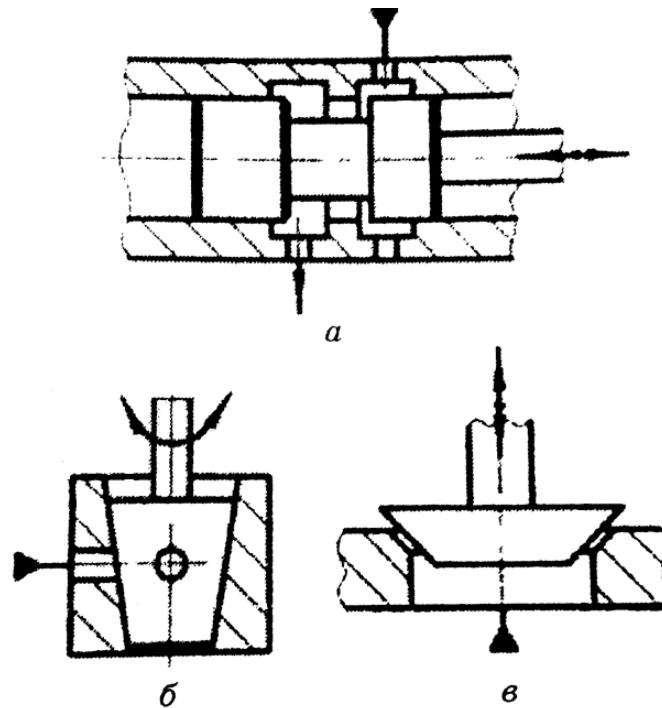


Рисунок 8.1 – Типи запірно-регулюючих елементів

Залежно від числа підвідних і відвідних гідроліній гідроапарат може бути дволінійним, трилінійним тощо.

### **Направляюча апаратура**

До цієї групи апаратів відносяться розподільники рідини, зворотні клапани, гідрозамки і логічні клапани («І», «АБО», витримки часу, послідовності тощо).

#### ***Розподільники рідини***

Залежно від числа підвідних і відвідних гідроліній розподільники можуть бути дволінійними, трилінійними тощо. Залежно від числа фіксованих положень запірного елемента – двопозиційні, трипозиційні тощо. Запірний елемент розподільника може приводитися в рух різними

джерелами енергії, тому розрізняють розподільники з механічним (ручним), електричним, гідравлічним і пневматичним управлінням.

Велике поширення мають *кранові розподільники*. Конструктивно їх запірний елемент виконаний у вигляді циліндричної, конічної, кульової пробки або у вигляді плоского поворотного крана. У запірному елементі маються прохідні канали для рідини, а в корпусі, крім каналів, – відповідні вікна для підводу та відводу рідини до гідроліній. При спів паданні каналів в крані з вікнами в корпусі через розподільник протікає рідина, при перекритті вікон – розподільник замкнений.

Основними елементами найпростішого кранового розподільника (рис. 8.2, а) є корпус 4 з патрубками для підведення і відведення рідини і пробка 3 з рукояткою 1. При повороті пробки здійснюється зміна напрямку руху рідини в системі після розподільника (рис. 8.2, б). У пробці конічної форми встановлюють пружину 2 (див. рис. 8.2, а), яка притискає пробку до гнізда корпусу. У розподільниках з циліндричною пробкою пружина відсутня, тому, щоб усунути витoki рідини, проводять точну обробку спряжених деталей.

Кранові розподільники можуть виконуватися розвантаженими або нерозвантаженими. У нерозвантажених кранах (див. рис. 8.2, б) тиск у камері, пов'язаній з лінією нагнітання, не врівноважується, що призводить до одностороннього притиснення пробки, збільшенню моменту для її повороту і збільшенню витоків. Тому при великих значеннях тиску застосовують тільки розвантажені крани (рис. 8.2, в), в яких діаметрально протилежні порожнини з'єднані каналами.

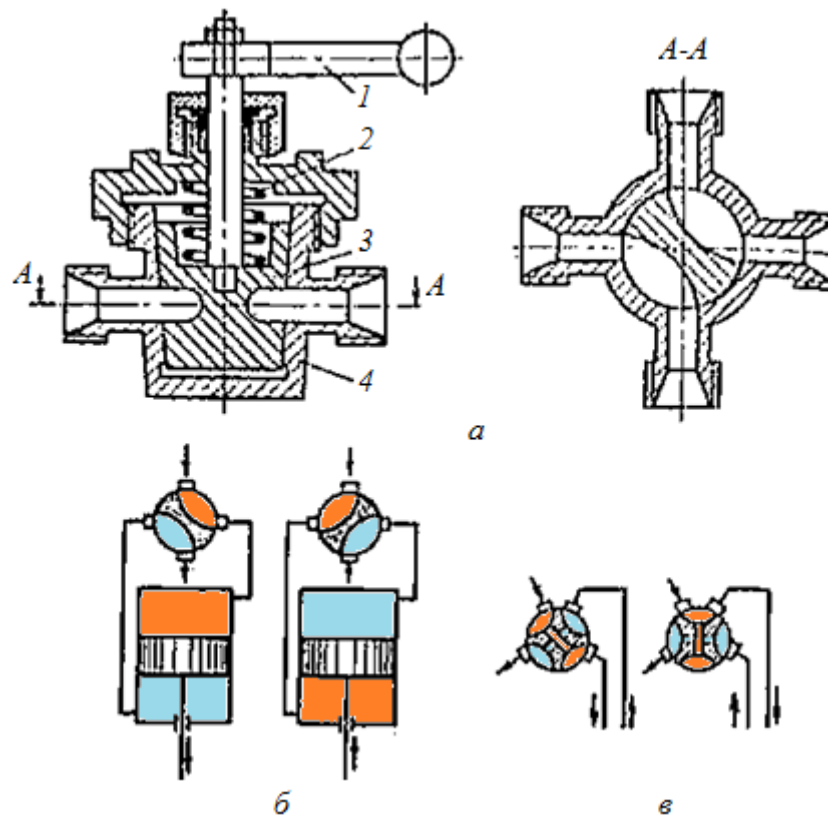


Рисунок 8.2 – Кранові розподільники

*Золотникові розподільники* набули найбільшого поширення в гідроприводі завдяки простоті їх виготовлення, компактності і високій надійності. Вони застосовуються при досить високих значеннях тиску (до 32 МПа) і значно більших витратах, ніж кранові розподільники.

Основні елементи цих розподільників (рис. 8.3) – золотник *1* з поясками і гільза *2* з проточками. Часто зустрічаються безгільзові розподільники, в яких проточки і канали для протікання рідини виконані безпосередньо в корпусі розподільника.



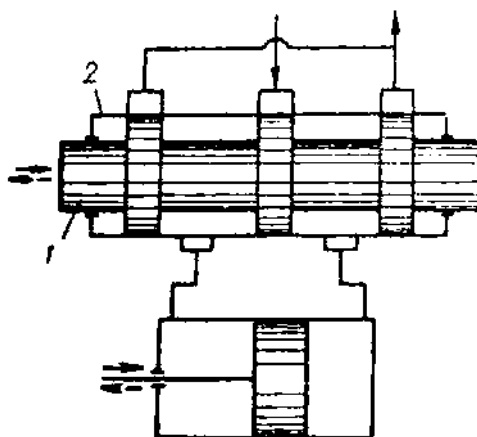


Рисунок 8.3 – Золотниковий розподільник

При переміщенні золотника в ту або іншу сторону від нейтрального положення рідина протікає через розподільник до відповідних гідроліній. Протікання рідини можливо також при розташуванні золотника в нейтральному положенні.

Найбільш поширеними є чотири- і п'ятилінійні дво- і трипозиційні розподільники з ручним (механічним) або гідравлічним керуванням. Дроселі і зворотні клапани в обох кришках розподільника з гідрокеруванням дозволяють роздільно регулювати час перемикавання золотника в кожному напрямку. Для малих значень витрати (до 8 л/хв) часто використовують золотники з електричним (соленоїдним) керуванням.

Недолік золотникових розподільників – можливість появи облітерації. Для запобігання заїдання золотника при облітерації застосовують спеціальні механічні та електромеханічні пристрої, що надають коливальні, іноді і обертальні, рухи золотнику і таким чином руйнують шар поляризованих молекул. З цією ж метою в гідравлічних системах з невеликим тиском виконують пояски золотників з нульовим або від'ємним (неповним) перекриттям вікон. В останньому випадку збільшуються витoki через золотник.

*Клапани розподільники* застосовуються, в основному в гідросистемах, в яких необхідно забезпечити хорошу герметичність. Для цього запірний елемент розподільника виконують, як правило, у вигляді конічного або кульового клапана. Переваги розподільників даного типу – можливість роботи при досить високих значеннях тиску (до 32 МПа), великий термін служби; недоліки – значні зусилля, необхідні для управління, і великі габарити при великому числі гідроліній.

### ***Зворотні клапани***

Зворотні клапани (рис. 8.4) призначені для пропуску рідини тільки в одному напрямку. Залежно від конструкції запірного елемента вони найчастіше можуть бути кульковими (а) або конічними (б), рідше – тарілчастими (в). Зворотний клапан, встановлений у всмоктувальній лінії, іноді називають *всмоктувальним* або *приймальним*.

Особливість зворотних клапанів – невелике зусилля стиснення пружини, що притискує запірний елемент до сідла, і велика пропускна здатність. Зазвичай втрати тиску в серійних клапанах не перевищують 0,2 МПа, а у всмоктуючих – на порядок менше. Іноді для зменшення втрат тиску в клапані пружину не встановлюють. Закриття клапана в цьому випадку відбувається під дією сили тяжіння запірного елемента, для чого клапан розташовують вертикально.

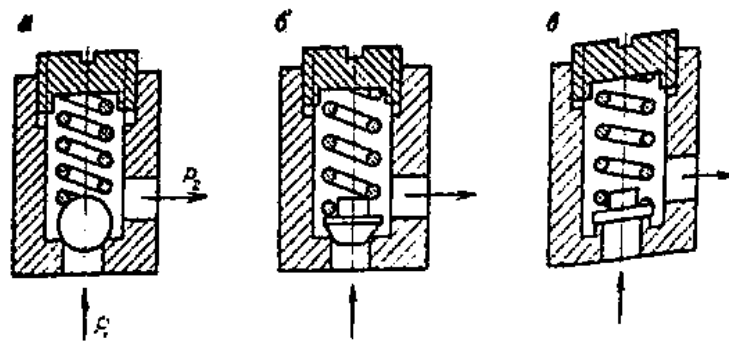


Рисунок 8.4 – Зворотні клапани

### ***Гідравлічні замки***

Для замикання порожнин гідроциліндра в заданому положенні поршня застосовують керовані зворотні клапани – гідрозамки. Існують гідрозамки *односторонньої* та *двостороннього дії*. У гірництві перші застосовуються для замикання поршневих порожнин стійок гідрокріплень при розпиранні їх між ґрунтом і покрівлею виробки і для відмикання – при розвантаженні.

При розпиранні стійки гідрокріплення робоча рідина в гідрозамку односторонньої дії (рис. 8.5, а) подається через отвір 3 в корпусі 7 до клапана 4, переміщує його вниз і надходить через отвір 5 у поршкову порожнину стійки. З припиненням подачі рідини клапан 4 під дією пружини 6 піднімається і відключає поршкову порожнину стійки від гідросистеми. При розвантаженні стійки рідина подається в поршкову порожнину штовхача 1, який, долаючи опір пружини 2 і сил, що діють на клапан, сполучає поршкову порожнину стійки через отвори 5 і 3 зі зливною гідролінією. При припиненні тиску рідини на поршень штовхача 1 пружини 2 і 5 повертають його і клапан 4 в початкове положення.

Двосторонні гідрозамки широко застосовуються у вугільних комбайнах для замикання робочої рідини в гідроциліндрах, керуючих положенням комбайна та його виконавчих органів у просторі. При подачі рідини в праву порожнину двостороннього гідрозамка (рис. 8.5, б) плаваючий поршеньок 12 переміщається вліво і своїм штовхачем 11 відкриває лівий клапан 9. Одночасно під тиском робочої рідини відкривається правий клапан 9 гідрозамка, і рідина надходить у штокову порожнину гідроциліндра 8 і зливається з поршневою порожниною гідроциліндра через відкритий лівий клапан 9. З припиненням подачі рідини в гідрозамок обидва його клапана під дією пружин 10 закриваються, і рідина замикається в обох порожнинах гідроциліндра 8.

При подачі рідини в ліву порожнину гідрозамка процес протікає у зворотному порядку.

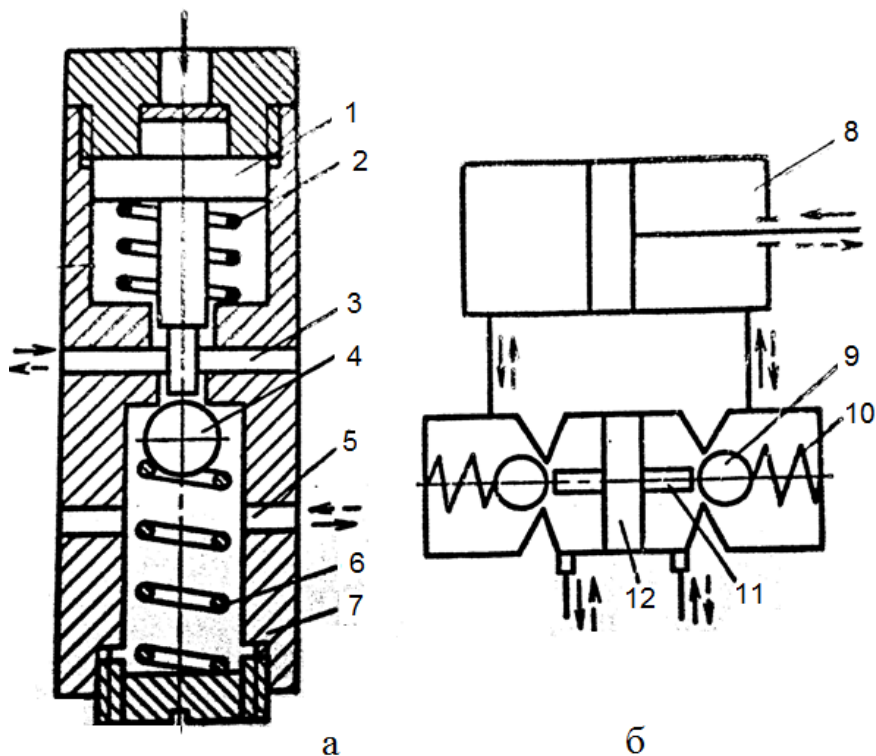


Рисунок 8.5 – Гідравлічні замки

### Регулятори тиску

Регулятори тиску поділяються за призначенням на запобіжні, переливні, редукційні клапани, клапани різниці тиску і співвідношення.

#### *Запобіжні клапани*

Запобіжний клапан призначений для обмеження тиску в місці його підключення. При підвищенні тиску до налаштованого запобіжний клапан спрацьовує (відкривається) і скидає частину рідини з гідравлічної системи: тиск зменшується, і клапан, як правило, закривається. Такий режим роботи клапана є епізодичним.

Залежно від конструкції запірного елемента клапани поділяються на кулькові, конічні, тарілчасті, плунжерні, золотникові і мембранні.

Принципові схеми перших трьох типів практично не відрізняються від схем зворотних клапанів, але в запобіжних клапанах менші перерізи прохідних каналів.

Запобіжний клапан встановлюють якомога ближче до об'єктів, що захищаються (насоси, гідроаккумулятори, гідродомкрати тощо), щоб забезпечити мінімальні втрати тиску до клапана при його спрацьовуванні і, отже, мінімальне підвищення тиску в порівнянні з налаштованим.

Запірний елемент клапана в закритому положенні знаходиться в рівновазі під дією сил тиску рідини і реакції сідла – з одного боку, і сили стиснення пружини – з іншого боку. При досягненні граничного (налаштованого) тиску в рідині пружина стискається, запірний елемент піднімається над сідлом, і через цю щілину починає протікати робоча рідина. Чим більше тиск рідини перед клапаном, тим більша площа прохідного перерізу між сідлом і запірним елементом і, отже, більша витрата через клапан. Витрата повинна бути достатньою, щоб виключити в цей момент будь-яке підвищення тиску в системі понад налаштованого.

Справний запобіжний клапан до спрацьовування повинен мати хороший контакт у всіх точках поверхні контакту сідла із запірним елементом, а контактний тиск має бути значно більше перепаду тиску рідини на запірному елементі. За відсутності такого контакту клапан пропускає рідину при тиску, меншому за налаштований, тобто стає негерметичним.

Основні вимоги до запобіжних клапанів: висока герметичність (навіть при тиску близькому до тиску спрацьовування); достатня пропускна спроможність під час спрацьовування; відсутність вібрації запірного елемента при спрацьовуванні.

При великих значеннях налаштованого тиску і витрати необхідна жорсткість пружини клапана стає настільки значною, що він може

втратити свою чутливість, тобто спрацьовувати при значеннях тиску з великими відхиленнями від налаштованого. У цих випадках, як правило, застосовують *клапан непрямої дії* (двоступінчастий). Він складається з двох запірних елементів (рис. 8.6): основного – конічного 3 (або золотникового) і додаткового – кулькового 1. При підвищенні тиску до налаштованого кульковий клапан, стискаючи свою пружину, відкривається і скидає рідину через обвідний канал 2. Конічний клапан при цьому за рахунок перепаду тиску, що виникає на ньому, також відкривається і скидає основну частину рідини. Наявність жиклерного каналу 4 у конічному клапані і великий опір обвідного каналу 2 виключають коливальні явища в клапані.

Часто в системах гідроавтоматики застосовують реле тиску, принцип дії яких відрізняється від запобіжних клапанів тільки тим, що замість скидання рідини при налаштованому тиску видається сигнал в систему автоматичного керування або телеконтроля.

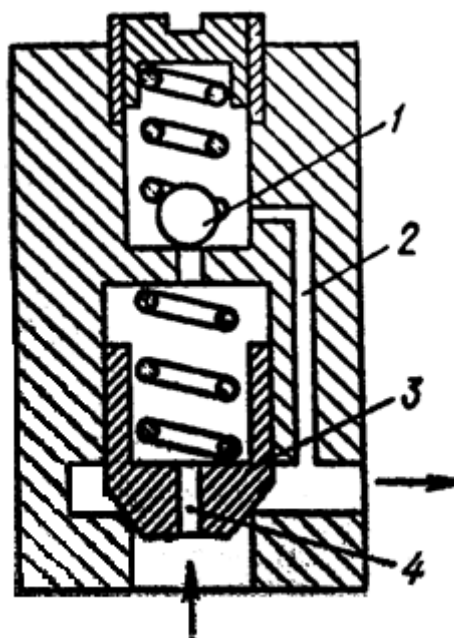


Рисунок 8.6 – Двоступінчастий клапан

### ***Переливні клапани***

Переливний клапан призначений для підтримки заданого тиску в місці його підключення за рахунок безперервного зливу робочої рідини. Принципово переливний клапан відрізняється від запобіжного тільки постійністю своєї дії. Це накладає на його конструкцію ряд вимог:

- швидкість рідини, що протікає через клапан, повинна бути порівняно невеликою (не більше 5-8 м/с);
- пропускна здатність клапана повинна бути значною (наближатися до подачі насоса), а чутливість – високою;
- запірний елемент не повинен зазнавати коливальних явищ.

Для підвищення чутливості клапана і стабілізації тиску в системі після його спрацьовування в якості переливних найчастіше застосовують клапани непрямої дії (як на рис. 8.6), рідше – з диференціальним золотником. В останньому випадку пояски золотника виконують різного діаметру, а тиск підводять в порожнину між пасками. Зусилля попереднього стиснення пружини в цьому випадку може бути невеликим, так як воно має врівноважувати тільки силу тиску на кільцеву поверхню з невеликою площею. Для запобігання коливань золотника в корпусі є обвідний канал.

Переливні клапани встановлюються найчастіше після підживлювальних насосів для скидання надлишкової витрати і підтримки постійного тиску в підвідному патрубку основного насоса.

### ***Редукційні клапани***

Редукційний клапан призначений для підтримки заданого більш низького тиску робочої рідини в відвідному від нього потоці в порівнянні з тиском в підвідному до нього потоці. Редукційний клапан, як і переливний, при роботі нормально відкритий і відрізняється від нього тим, що

підтримує постійний тиск рідини по потоку після себе, а переливний – до себе.

Так як відведений тиск має бути стабільним, а витрата через клапан значною, з вищезгаданих причин для цих умов найбільш придатні клапани непрямої дії (рис. 8.7).

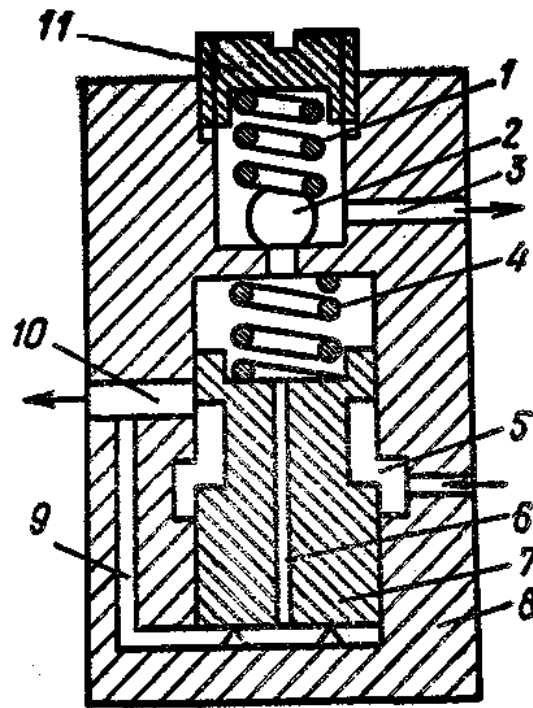


Рисунок 8.7 – Редукційний клапан

Клапан складається з корпусу 8, золотника 7 з дросельним каналом 6 і кульового клапана 2. Обидва запірних елемента притиснуті пружинами 1 і 4. Рідина підвищеного тиску підводиться в порожнину 5, а зредукована (зниженого тиску) відводиться через канал 10.

Рідина підвищеного тиску, що надходить в клапан, по каналах 10, 9 і 6 підводиться до кульового клапана 2, і він відкривається. Під дією перепаду тиску в дросельному каналі 6 відкривається золотник, і рідина з порожнини 5 через щілинний дросель, утворений виступом в корпусі 8



клапана і кромкою нижнього пояска золотника 7, надходить у відвідний канал 10.

При підвищенні тиску в каналі 10 понад налаштований збільшується тиск на торець золотника 7, і він підійметься вгору, дроселюючи зазор між нижнім пояском і кромкою кільцевої канавки в корпусі, внаслідок чого тиск в каналі 10 знижується. При зниженні тиску у відвідному каналі 10 падає тиск на торець золотника 7, і він пружиною 4 віджимається вниз: зазор між пояском в кришкою в корпусі збільшується, а перепад тиску в зазорі зменшується. Таким чином тиск у відвідному каналі 10 підвищується до налаштованого. Регулювання зредукованого тиску здійснюється гвинтом 11. У процесі роботи клапана кулька 2 постійно відкрита, і частина рідини зливається через отвір 3.

При невеликих витраті і тиску використовують одноступінчасті клапани.

Редукційні клапани застосовуються в схемах з кількома споживачами, які вимагають різних значень тиску, але живляться від одного насоса.

### **Пристрої керування витратою**

Сюди входять пристрої, призначені для керування витратою робочої рідини. До них відносяться дроселі, регулятори витрати, синхронізатори витрат тощо.

#### ***Дроселі***

Дросель являє собою регульований місцевий опір, площа прохідного отвору якого можна змінювати в процесі роботи, змінюючи тим самим витрату рідини.

Різні типи дроселів відрізняються один від одного формою прохідного отвору і конструкцією регулюючого елемента. Поширеними є голчасті, щілинні і втулкові дроселі.

Характерні особливості дроселя – форма отвору і співвідношення між його площею прохідного перерізу  $\omega$  і змоченим периметром  $\chi$ : чим більше  $\omega$  і менше  $\chi$ , тим менше позначаються облітерація і в'язкість рідини на витрату, і тим стабільніша робота дроселя. Тому при виборі слід орієнтуватися на ті дроселі, в яких гідравлічний радіус  $R = \omega/\chi$  має максимальне значення.

Зміна площі прохідного отвору *голчастих дроселів* (рис. 8.8, а) досягається за рахунок осьового переміщення голки. Перевага дроселя – простота конструкції, недоліки – невисока точність регулювання і схильність до облітерації при малих витратах внаслідок значного периметра кільцевої щілини.

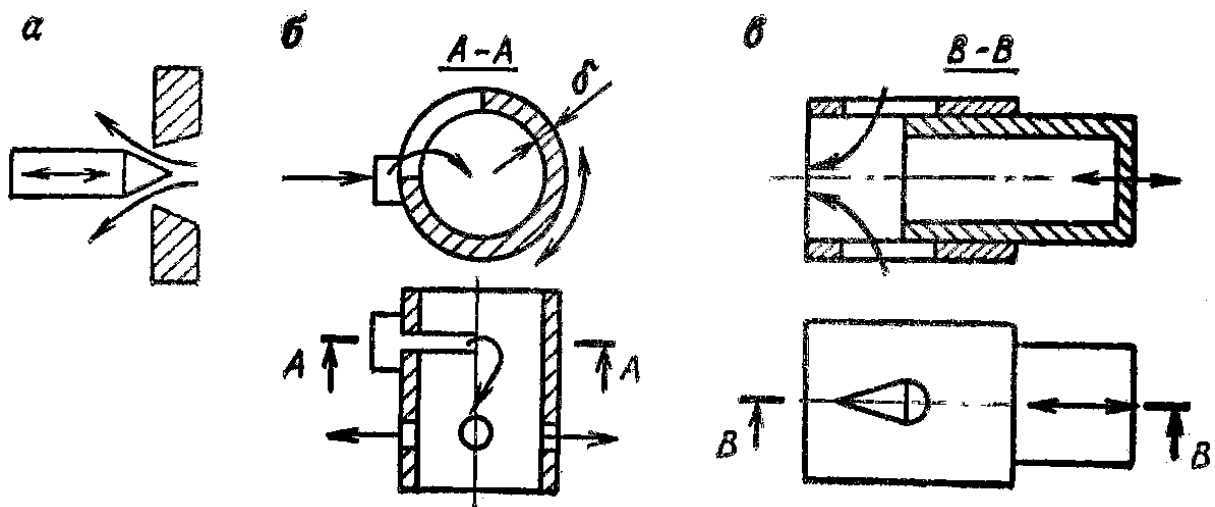


Рисунок 8.8 – Дроселі

Площа прохідного отвору *щілинних дроселів* (рис. 8.8, б) змінюється при повороті порожнистої пробки, в якій є щілина. Так як товщина  $\delta$  стінки пробки мала, пропускна здатність дроселя практично не залежить від в'язкості рідини. У щілинному дроселі не виникає облітерації, однак,

внаслідок малого перерізу щілини, витрати через дросель зазвичай невеликі. Через одностороннє підведення рідини при великих перепадах тиску на дроселі виникає бічне притиснення пробки до корпусу (втулки).

*Втулковий* дросель (рис. 8.8, в) складається з двох втулок: зовнішньої з фігурними отворами для проходу рідини і внутрішньої, яка переміщується в зовнішній. Регулювання витрати здійснюється зміною площі фігурних отворів торцем внутрішньої втулки, яка не зазнає бічних притиснень. Дросель забезпечує широкий діапазон регулювання витрати і високу точність регулювання, мало чутливий до облітерації.

Витрата через дросель будь-якої конструкції визначається за формулою витікання через малі отвори і щілини, м<sup>3</sup>/с:

$$Q = \mu \omega \sqrt{2\Delta p / \rho},$$

де  $\mu$  – коефіцієнт витрати дроселя (для щілинних і втулкових дроселів  $\mu=0,64-0,70$  в.о., для голчастих –  $\mu=0,75-0,80$  в.о.),  $\omega$  – площа прохідного отвору, м<sup>2</sup>;  $\Delta p$  – перепад тиску в дроселі, Па.

Як видно з формули, витрата через дросель залежить не тільки від площі прохідного отвору, але і від перепаду тиску: чим менше  $\Delta p$ , тим менше  $Q$ , і навпаки. Так як перепад тиску залежить від навантаження, прикладеного до виконавчого органу, при змінному навантаженні не можна отримати за допомогою одного дроселя стабільну швидкість вихідної ланки гідродвигуна. Тому дроселі застосовуються тільки у тих гідроприводах, де не потрібна висока точність регулювання, мало змінюється навантаження на гідродвигуні або допускається зменшення швидкості його вихідної ланки при збільшенні навантаження, і навпаки.

### Регулятори витрати

Регулятор витрати призначений для забезпечення заданої витрати  $Q$ , незалежно від перепаду тиску  $\Delta p$  між вхідним і вихідним патрубками апарату. Він складається з дроселя і клапана різниці тисків, що підтримує постійний перепад тиску на дроселі. Такий регулятор витрати показаний на рис. 8.9. У ньому рідина підводиться до втулкового дроселю 1 після клапана різниці тисків, що складається з золотника 6, плаваючої втулки 5 і пружини 4, які розміщені разом з дроселем 1 в одному корпусі.

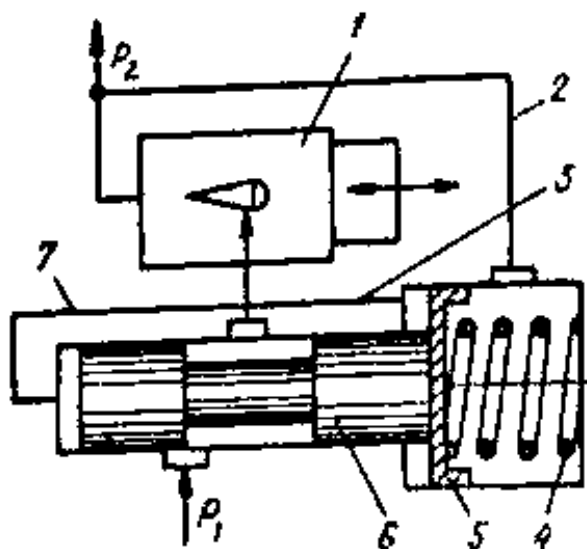


Рисунок 8.9 – Регулятори витрат

Підтримання постійного перепаду тиску на дроселі незалежно від зміни значень тиску  $p_1$  і  $p_2$  відбувається наступним чином. При зменшенні тиску  $p_2$  у відповідному патрубку апарату знижений тиск по обвідному каналу 2 передається в порожнину втулки 5. При цьому золотник 6 зміщується вправо і своєю кромкою дроселює вхідне вікно гільзи в апарат (при  $p_1$ ), отже, тиск перед дроселем 1 знижується. Таким чином перепад тиску на дроселі залишається незмінним. При підвищенні тиску  $p_2$  підвищується тиск у камері втулки 5, а золотник 6, зміщуючись вліво,

зменшує втрату тиску при вході в апарат. У результаті перепад тиску на дроселі знову залишається незмінним.

Якщо знизиться тиск на вході  $p_1$  при незмінному значенні  $p_2$ , то знижений тиск передається по каналах 3 і 7 в порожнини втулки золотника 6 і плаваючої втулки 5. Внаслідок зменшення тиску в зазначених порожнинах золотник під дією пружини 4 зміщується вліво і збільшує дросельний отвір при вході в апарат. У результаті тиск перед дроселем 1 збільшується, а перепад тиску на дроселі залишається незмінним. При збільшенні тиску  $p_1$  збільшиться сила тиску, що діє на торці золотника 6 і втулки 5, і золотник, стискаючи пружину 4, зміщується вправо, дроселюючи вхідне вікно. Таким чином тиск перед дроселем 1 зменшується, а перепад тиску на дроселі залишається незмінним.

Регулювання витрати регулятором здійснюється так само, як і втулковим дроселем.

Промисловістю випускаються також регулятори витрати з щілинним дроселем, із запобіжним, редукційним або зворотним клапаном.

### **Допоміжні пристрої та гідролінії**

До допоміжних пристроїв гідроприводу умовно відносять кондиціонери робочої рідини, гідроємності і вимірювальну апаратуру.

#### ***Кондиціонери***

Кондиціонери призначені для отримання необхідних якісних показників робочої рідини. До них відносять гідроочисники і теплообмінні апарати.

Гідроочисники служать для очищення робочої рідини від твердих частинок. Тверді частки погіршують змащення поверхонь тертя, призводячи до інтенсивного їх зносу і заклинювання, засмічують прохідні

отвори гідроапаратів, сприяють окисленню і руйнуванню масел, тому від чистоти робочої рідини залежить термін служби і надійність роботи гідроприводу.

Рідина забруднюється як за рахунок потрапляння в неї твердих частинок ззовні, так і за рахунок продуктів руйнування і зносу поверхонь, що труться. Так як забруднення рідини в процесі роботи відбувається безперервно, для очищення необхідні постійно діючі очисники.

Очищення рідини від твердих частинок може здійснюватися або в силовому полі (*сепараторами*), або в пористому матеріалі (*фільтрами*).

Очищення в силовому полі (відцентровому, гравітаційному, магнітному тощо) відбувається за рахунок різної силової взаємодії з полем твердих частинок і рідини, у результаті чого вони рухаються в очищувачі по різних траєкторіях, що дозволяє виводити тверді частинки з потоку рідини.

Очищення рідини від твердих частинок у відцентрових і гравітаційних очисниках тим ефективніше, чим більше розміри частинок і різниця в густині частинок і робочої рідини.

Магнітні очищувачі ефективно затримують феромагнітні і зчеплені з ними немагнітні частинки дуже малих розмірів (0,5 мкм і менше), які іншими очисниками зазвичай не затримуються. Джерелами магнітного поля, як правило, служать постійні магніти. Магнітний очищувач часто виконують в одному корпусі з пористим.

Гідроочисники з пористого матеріалу (фільтри) можуть затримувати тверді частинки будь-яких фізичних властивостей, але певної крупності. В якості фільтруючих матеріалів використовуються металеві сітки і пластинки, тканина, повсть, папір, кераміка тощо. Чим менше пори, тим краще очищення рідини, однак, зі зменшенням пір збільшується опір фільтра, і зменшується його пропускна здатність. Фільтруючий матеріал

повинен також володіти достатньою механічною міцністю, інакше, руйнуючись, він буде забруднювати рідину, тому для очищення водомасляних емульсій не застосовують фільтри з картону та паперу.

*Ступінь очищення* оцінюється за найменшим розміром  $d$  частинок, затримуваних фільтром. За ступенем очищення умовно розрізняють фільтри *грубого* ( $d \leq 0,1$  мм), *нормального* ( $d \leq 0,01$  мм) і *тонкого* ( $d \leq 0,005$  мм) очищення.

Можливі три схеми включення фільтрів:

- *у всмоктувальну лінію насоса*. При цьому весь гідропривід працює на очищеній рідині, а фільтр знаходиться під малим тиском. Так як фільтр значно збільшує опір всмоктувальної лінії, може виникнути кавітація, тому застосовують тільки фільтри грубого очищення (приймальні). Дана схема включення використовується, як правило, в занурених насосах;

- *у напірну лінію після насоса*. При цьому тільки насос працює на неочищеної рідини. Сам фільтр повинен бути розрахований на високий тиск, але додатково, для захисту його від високого тиску, перед ним встановлюють запобіжний клапан, який спрацьовує при засміченні фільтра. Ця схема використовується для очищення рідини, що подається підживлювальним насосом;

- *у зливну лінію* (зазвичай в гідробаку). При цьому сам фільтр працює під малим тиском, а перепад тиску на ньому допускається значний (при забрудненні). Однак, у даному випадку безпосереднє очищення рідини в гідроприводі відсутнє. Схема застосовується при гарній герметизації рідини від навколишнього середовища.

Можливі комбінації з розглянутих схем, а при витратах, що перевищують пропускну здатність одного фільтра, застосовують паралельне включення декількох фільтрів.

*Теплообмінні апарати* – нагрівачі та охолоджувачі застосовуються для підтримки нормальної температури робочої рідини і встановлюються, як правило, в гідробаках. Іноді в баку встановлюють відразу обидва апарати. Охолоджувач, як правило, виконують у вигляді змійовика, по якому протікає робоча рідина. Змійовик охолоджується потоком повітря від вентилятора, або рідиною холоднішою, ніж робоча. Нагрівач передає тепло робочій рідині від змійовика, по якому протікає теплоносій. У нагрівачах часто використовують електричні нагрівальні елементи.

### ***Гідроємності***

До гідроємностей відносяться *гідробаки* та *гідроаккумулятори*.

*Гідробак* призначений для живлення гідроприводу робочою рідиною. Його розміри повинні бути такими, щоб рідина, що циркулює в гідроприводі, встигала відстоятися і віддати надлишок тепла в навколишнє середовище. Для цього об'єм бака приймають рівним дво-трихвилинній подачі насоса. Зазвичай бак виконують зварним із знімною верхньою кришкою, в якій є отвір з пробкою і сітчастим знімним фільтром для заливки рідини. У баку встановлена перегородка, що відокремлює лінію зливу від всмоктувальної лінії і призначена для заспокоєння рідини та поліпшення умов її відстоювання. Кінець всмоктувального трубопроводу розташовують у нижній частині бака на невеликому віддаленні від дна. При цьому можлива робота насоса з деяким підпором, та виключається засмоктування твердих частинок, що осіли на дно. Зливна лінія підведена зазвичай на висоті, що дорівнює  $1/3$  висоти бака від дна, а вісь її трубопроводу розташована паралельно дну. При цьому зменшується ймовірність спінювання рідини і підйому осілих на дно частинок.

У баках встановлюють фільтри і теплообмінні апарати, а також пристрій для контролю рівня рідини, який виконаний у вигляді оглядового



скла або поплавка. Для зміни робочої рідини і зливу відстою бак забезпечується спускним отвором з пробкою.

Якщо рівень рідини в баку в процесі роботи гідроприводу коливається в значних межах, то на верхній кришці встановлюють зворотні клапани для пропуску повітря. Часто замість зворотних клапанів встановлюють пробку з отвором для проходу повітря (сапун).

*Гідроакумулятор* призначений для акумулювання енергії робочої рідини у випадках епізодичної роботи насоса, нерівномірної подачі насоса, нерівномірної витрати в гідроприводі.

Залежно від того, як відбуваються накопичення потенційної енергії та її повернення, розрізняють вантажні, пружинні і пневматичні гідроакумулятори.

Пневматичний гідроакумулятор (рис. 8.10) складається з корпусу 2, частково заповненого стисненим газом, частково – робочою рідиною. Діафрагма 3 ізолює рідину від газу, який може розчинятися в ній. Штуцер 5 призначений для підключення акумулятора до гідролінії, штуцер 1 – для підзарядки акумулятора газом. Металева шайба 4 оберігає гумову діафрагму 3 від продавлювання газом при повній розрядці акумулятора.

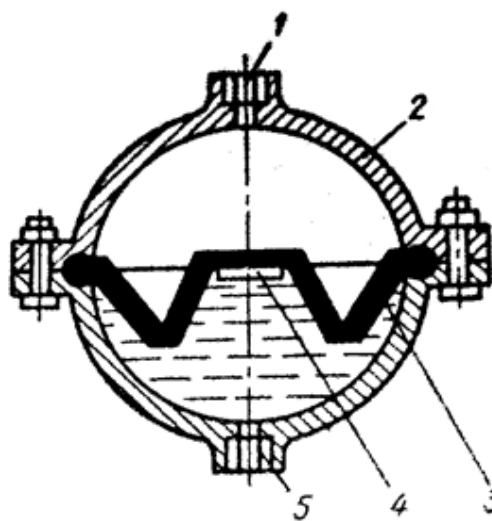


Рисунок 8.10 – Гідроакумулятор пневматичний

## ***Гідролінії***

Гідролінії призначені для проходження робочої рідини в процесі роботи гідроприводу. У загальному випадку гідролінія складається зі всмоктувальної, напірної і зливної ліній. Крім того, в гідроприводі часто є гідролінії керування та дренажна.

*Всмоктувальна лінія* служить для підведення робочої рідини до насоса з бака, від розподільника або безпосередньо від гідродвигуна.

Частина лінії, по якій робоча рідина рухається від насоса, гідроакумулятора або гідромагістралі до гідродвигуна, називається *напірною*.

*Зливна лінія* призначена для зливу робочої рідини в бак. У системах із замкнутою циркуляцією робочої рідини ця лінія відсутня.

Гідролінія, по якій відводяться витоки робочої рідини, називається *дренажною*.

*Гідролінія керування* призначена для підведення рідини до гідроапаратів гідроприводу (запобіжних і переливних клапанів тощо).

Всі гідролінії можуть виконуватися з металевих труб сталевих безшовних холоднодеформованих і гарячodeформованих з нерухомими або рухомими з'єднаннями або з гнучких рукавів-шлангів. Труби найчастіше з'єднують за допомогою спеціальних муфт із гумовими ущільненнями, муфт-кутників, трійників тощо.

На гідравлічних схемах всмоктувальна, напірна і зливна гідролінії показуються товстими суцільними лініями, лінії керування – тонкими суцільними, дренажні – тонкими пунктирними.

## **Запитання для самоконтролю**

1. Яким чином розділяються гідроапарати?
2. Що таке золотник?

3. Яка відмінність між запобіжним і переливним клапан?
4. Яка різниця між дроселем і регулятором витрати?
5. Які вимоги до об'єму гідробака?

## Лекція №9

### Тема: Об'ємний гідропривод.

*Зміст лекції. Системи циркуляції робочої рідини. Дросельне регулювання (послідовне та паралельне включення дроселя). Об'ємне регулювання.*

*На СРС: паралельне включення дроселя.*

### Системи циркуляції робочої рідини

Гідроприводи можуть бути з розімкненим і замкнутим потоком робочої рідини.

При *розімкнутій* циркуляції насос засмоктує рідину з бака і подає її в гідродвигун, звідки відпрацювала рідина зливається знову в бак. Тут, в гідробаку, розмикається потік рідини. У разі надмірних тисків у нагнітальній лінії спрацьовує запобіжний клапан і рідина з напірної лінії скидається в той же бак.

Переваги розімкнутої циркуляції – простота, зручність спостереження за станом робочої рідини, хороші умови її охолодження і відстою. Недоліки: тиск при всмоктуванні зазвичай менше атмосферного, що обмежує застосування швидкохідних насосів внаслідок можливої кавітації; великі габарити установки; вакуум у всмоктувальній лінії є причиною проникнення повітря в гідросистему, що погіршує роботу гідроприводу (порушується плавність руху робочих органів машин, зменшується подача насоса, виникає вібрація, інтенсивно окислюється робоча рідина).

При *замкнутому* потоці насос і гідродвигун включені в кільцеву гідролінію, в якій рідина може циркулювати в будь-якому напрямку. Відпрацьована рідина з гідродвигуна надходить безпосередньо в насос.

Часто для компенсації можливих втрат в кільцеву гідролінію під певним тиском подається спеціальним підживлювальним насосом робоча рідина.

Переваги замкнутої циркуляції: тиск при всмоктуванні значно більше атмосферного, що виключає кавітацію і дозволяє застосовувати більш швидкохідні і, отже, малогабаритні насоси; виключено попадання повітря в гідросистему; напрямок потоку в кільцевій гідролінії може бути будь-яким. Недоліки: при наявності підживлювального насоса система складніша за розімкнуту; погані умови охолодження та очищення робочої рідини, а також контролю за її станом.

Зазвичай розімкнута циркуляція рідини застосовується в багатодвигуновому гідроприводі, а також в гідроприводі з гідроциліндрами і поворотними гідромоторами. Замкнута циркуляція рідини, як правило, використовується в потужних гідроприводах з гідромотором. У практиці часто зустрічаються змішані системи циркуляції.

### **Керування гідроприводом і його регулювання**

За способом керування гідропривід може бути з *ручним* або *автоматичним* керуванням. Іноді автоматизується тільки якийсь один процес, що повторюється частіше за інших в експлуатації машини (наприклад, хитання виконавчого органу прохідницького комбайна). Нерідко в схемах гідроприводу з постійно працюючим насосом застосовується його автоматичне розвантаження від тиску (насос на певний час відключається від мережі і працює вхолосту).

Регулювання швидкості вихідної ланки гідродвигуна в гідроприводі гірських машин здійснюється, як правило, при незмінній швидкості вхідної ланки насоса. У загальному випадку витрата гідродвигуна, м<sup>3</sup>/с:

$$Q_d = Q_n - \Delta Q, \quad (9.1)$$

де  $Q_n$  – подача насоса,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $\Delta Q$  – витоки в гідролінії (у тому числі регульовані),  $\text{м}^3/\text{с}$ .

З (9.1) видно, що витрата гідродвигуна, а отже, і швидкість його вихідної ланки, можна регулювати або зміною  $Q_n$ , або  $\Delta Q$ . При цьому швидкість вихідної ланки гідроциліндра,  $\text{м}/\text{с}$ :

$$v_d = Q_d \eta_{d.o} / F_d, \quad (9.2)$$

гідромотора:

$$n_d = Q_d \eta_{d.o} / q_d. \quad (9.3)$$

З (9.3) видно, що швидкість вихідної ланки гідромотора можна регулювати також зміною його робочого об'єму (для гідроциліндрів  $F_d = \text{const}$ ).

Так як регулювання насоса (при  $\Delta Q = \text{const}$ ) здійснюється (аналогічно регулюванню гідромотора) за рахунок зміни його робочого об'єму  $q_n$ , всі способи регулювання можна розділити на два види: *дросельне* – за рахунок часткового скидання рідини з системи при постійній подачі насоса; *об'ємне* – зміною робочого об'єму насоса або гідромотора.

Дросельне регулювання енергетично менш економічне, ніж об'ємне, так як при ньому погіршується загальний ККД гідроприводу за рахунок зменшення об'ємного ККД. Однак, об'ємне регулювання вимагає більш складного, а отже і більш дорогого устаткування – регульованого насоса або гідромотора. Крім того, при дуже малому  $q_n$  швидкість вихідної ланки – нерівномірна, а при малому  $q_d$  – малий момент  $M_d$ . Тому існує граничний діапазон регулювання –  $n_{d\text{max}}/n_{d\text{min}}$ . При зміні  $q_n$  діапазон регулювання швидкості обертання становить 1:500, при зміні  $q_d$  – 1:3, при одночасному регулюванні насоса і гідромотора 1:1500. Зазвичай, у практиці діапазон регулювання не перевищує 1:1000.

Як правило, гідроприводи з гідроциліндрами мають дросельне регулювання, а в схемах з гідромоторами застосовують об'ємне регулювання, використовуючи регульовані насоси.

### **Дросельне регулювання**

При дросельному регулюванні застосовують насоси постійної подачі, а регулювання швидкості вихідної ланки гідродвигуна здійснюють зміною витоків у гідролінії за допомогою дроселя. При цьому отримують досить прості гідравлічні схеми приводу. Дросель може бути встановлений послідовно з гідродвигуном або паралельно йому.

#### ***Послідовне включення дроселя***

При послідовному включенні (рис. 9.1, а) дросель може бути встановлений у напірній або зливній гідролінії (показана пунктиром). Тиск  $p_n$ , що створюється насосом, визначається налаштуванням переливного клапана і в процесі роботи залишається постійним. Зазвичай цей тиск вибирають з умови максимуму допустимого навантаження на гідроциліндр:

$$p_d = P_{dmax} / F_d \eta_{d,\Gamma} \eta_{d,m} = const. \quad (9.4)$$

При цьому потужність насоса також постійна незалежно від навантаження на вихідній ланці гідроциліндра:

$$N_{n,v} = p_n Q_n / \eta_n = const. \quad (9.5)$$

Це нераціонально, так як призводить до перевитрати енергії.

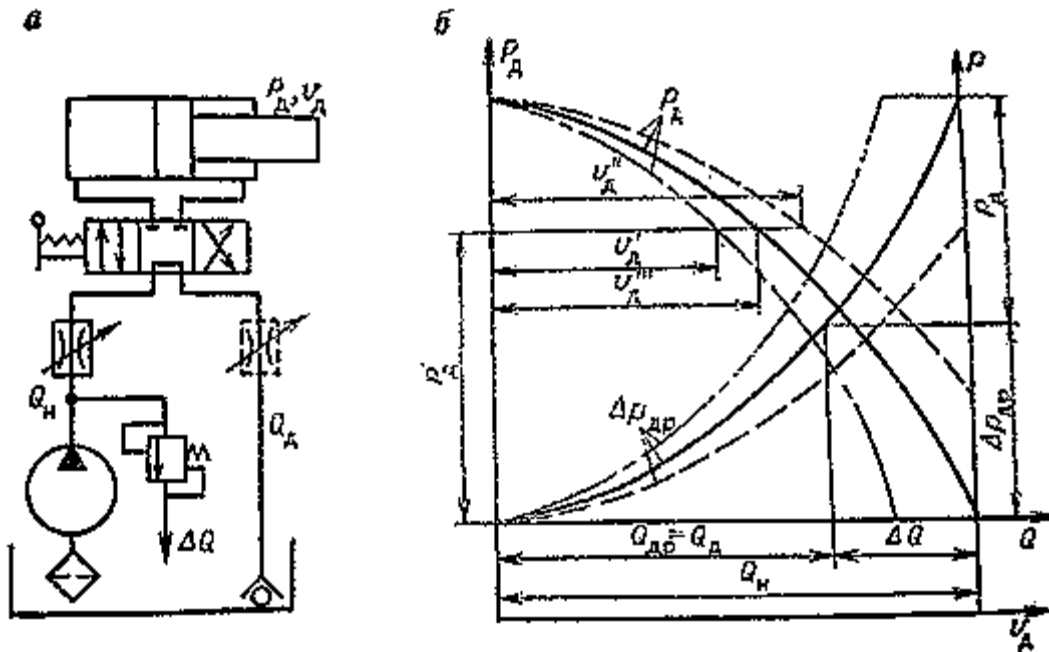


Рисунок 9.1 – Схема послідовного підключення дроселя і гідродвигуна (а) та їх характеристики (б)

Без урахування втрат тиску і витоків в гідролінії тиск гідродвигуна:

$$p_d = p_n - \Delta p_{др}, \quad (9.6)$$

а витрата:

$$Q_d = Q_n - \Delta Q, \quad (9.7)$$

де  $\Delta p_{др}$  – перепад тиску на дроселі;  $\Delta Q$  – регульовані витoki через переливний клапан.

Перепад тиску на дроселі, Па:

$$\Delta p_{др} = \rho g a_{др} Q_{др}^m, \quad (9.8)$$

де  $a_{др}$ ,  $Q_{др}$  – відповідно опір ( $c^2/m^5$ ) і витрата дроселя ( $m^3/c$ );  $m$  – показник ступеня, що залежить (як і  $a_{др}$ ) від режиму руху рідини в дроселі. Зазвичай  $m=2$ .

Вирішуючи (9.6) і (9.8) щодо  $Q_{др}$ , і враховуючи, що при послідовному з'єднанні двигуна і дроселя  $Q_d = Q_{др}$  отримаємо:



$$Q_d = \sqrt[m]{\frac{p_n - p_d}{\rho g a_{др}}} \quad (9.9)$$

З (9.9) видно, що при  $p_n = \text{const}$  і  $a_{др} = \text{const}$  зі зміною навантаження на гідродвигун (змінюючи величини  $p_d$ ) автоматично змінюється і  $Q_d$ , а отже, і швидкість вихідної ланки.

Зусилля на вихідній ланці гідроциліндра:

$$P_d = p_d F_d \eta_{д.г} \eta_{д.м}, \quad (9.10)$$

а швидкість вихідної ланки:

$$v_d = Q_d \eta_{д.о} / F_d = \text{const}. \quad (9.11)$$

При  $p_n = \text{const}$  і  $Q_n = \text{const}$ , як видно з рівнянь (9.6), (9.8), (9.10) і (9.11), силова характеристика  $P_d = f(v_d)$  однозначно визначається характеристикою дроселя (9.8). Підставляючи в формулу (9.10) значення  $p_d$  з рівняння (9.6),  $\Delta p_{др}$  з (9.8),  $Q_d$  з (9.11) та враховуючи, що  $Q_d = Q_{др}$ , отримаємо:

$$P_d = [p_n - \rho g a_{др} (F_d v_d / \eta_{д.о})^m] F_d \eta_{д.г} \eta_{д.м}. \quad (9.12)$$

Як видно з рівняння (9.12)  $P_d = f(v_d)$  є гілкою параболи  $m$ -го ступеня з вершиною при  $v_d = 0$  та  $P_d = \text{max}$  (рис. 9.1, б). При зміні  $a_{др}$  змінюється кривизна параболи, що дозволяє при  $P'_d = \text{const}$  отримати різні значення швидкості  $v_d$ , і навпаки.

Знаючи залежність  $P_d = f(v_d)$ , можна отримати інші характеристики гідроприводу:  $N_{д.в} = f(v_d)$ ,  $N_{н.в} = f(v_d)$ ,  $\eta = f(v_d)$ .

Силовa характеристика не залежить від місця розташування дроселя (див. рівняння (9.12)), однак при установці його в зливний лінії можуть виникнути ривки поршня на початку його руху після перерви в роботі, якщо за час стоянки рідина частково витекла з гідроциліндра. Разом з тим, дросель, підключений таким чином, знаходиться під меншим тиском, ніж

підключений в напірну лінію. Наприкінці зливної лінії при цьому встановлюють підпірний або зворотний клапан, що виключає довільне витікання з неї рідини.

### *Паралельне включення дроселя*

При паралельному включенні дроселя і гідродвигуна (рис. 9.2, а) витрата останнього до спрацювання запобіжного клапана:

$$Q_d = Q_n - Q_{др}. \quad (9.13)$$

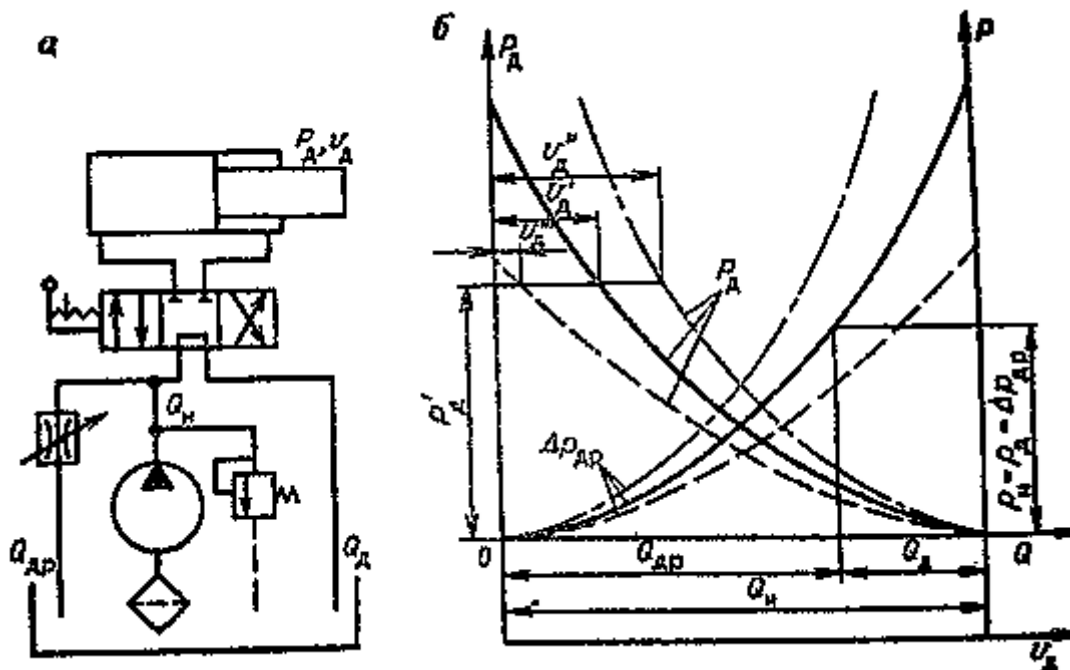


Рисунок 9.2 – Схема паралельного підключення дроселя і гідродвигуна (а) та їх характеристики (б)

Нехтуючи втратами тиску в гідролінії, відповідно до закону паралельних з'єднань можна записати:

$$p_d = p_n = \Delta p_{др}. \quad (9.14)$$

Таким чином, зі зміною навантаження змінюється тиск, що розвивається насосом, а значить, і його потужність. Тому така схема економічніша, ніж схема з послідовним включенням дроселя.

Підставляючи значення  $Q_{др}$  з (9.8) у рівняння (9.13) і вирішуючи його відносно  $Q_d$  з урахуванням рівності (9.14), отримаємо:

$$Q_d = Q_n - \sqrt[m]{\frac{p_d}{\rho g a_{др}}}. \quad (9.15)$$

Як видно з (9.15), ця схема регулювання при  $a_{др}=\text{const}$  також не забезпечує постійної швидкості вихідної ланки гідродвигуна при змінному навантаженні (змінюється тиск  $p_d$ ).

Відповідно до (9.15), підставляючи в (9.10) замість  $p_d$  значення  $\Delta p_{др}$  з рівняння (9.8), в якому замінимо  $Q_{др}$  його значенням з (9.13), а  $Q_d$  – значенням з (9.11), отримаємо:

$$P_d = \rho g a_{др} (Q_n - F_d v_d / \eta_{д.о})^m F_d \eta_{д.г} \eta_{д.м}. \quad (9.16)$$

З (9.16) видно, що силова характеристика двигунів  $P_d=f(v_d)$ , так само як при послідовному включенні дроселя і гідродвигуна, є гілкою параболи  $m$ -го ступеня (рис. 9.3, б), але з вершиною при  $v_{dmax} = Q_n \eta_{д.о} / F_d$  ( $Q_{др}=0$ ) і  $P_d=0$  (так як в реальних умовах  $P_d$  не може бути рівною нулю, точка вершини параболи не може бути робочою).

Змінюючи опір дроселя  $a_{др}$ , можна отримати сімейство кривих  $P_d=f(v_d)$  при тій же вершині, тобто мати різні значення швидкості  $v_d$  при  $P'_d=\text{const}$ , і навпаки (див. рис. 9.3, б).

Знаючи залежність  $P_d=f(v_d)$ , можна отримати інші характеристики гідроприводу:  $N_{д.в}=f(v_d)$ ,  $N_{н.в}=f(v_d)$ .

Зі зменшенням навантаження  $P_d$  зменшується і зона регулювання швидкості  $v_d$  (див. рис. 9.2, б). При послідовному включенні дроселя і гідродвигуна зона регулювання  $v_d$  зменшується зі збільшенням навантаження  $P_d$  (див. рис. 9.1, б). Таким чином, при виборі схеми регулювання слід враховувати як її економічність, так і діапазон регулювання.

Так як обидві розглянуті схеми не володіють постійністю швидкості вихідної ланки гідродвигуна при змінному навантаженні, гідропривід з дросельним регулюванням використовується, головним чином, в машинах з малозмінним навантаженням або в тих випадках, коли при збільшенні навантаження необхідно зменшити швидкість виконавчого органу.

Якщо необхідно дросельне регулювання з незалежною від навантаження швидкістю вихідної ланки гідродвигуна, то застосовують регулятори витрати. При цьому за умовами економічності, використовують, як правило, схему з паралельним включенням регулятора (рис. 9.3, а).

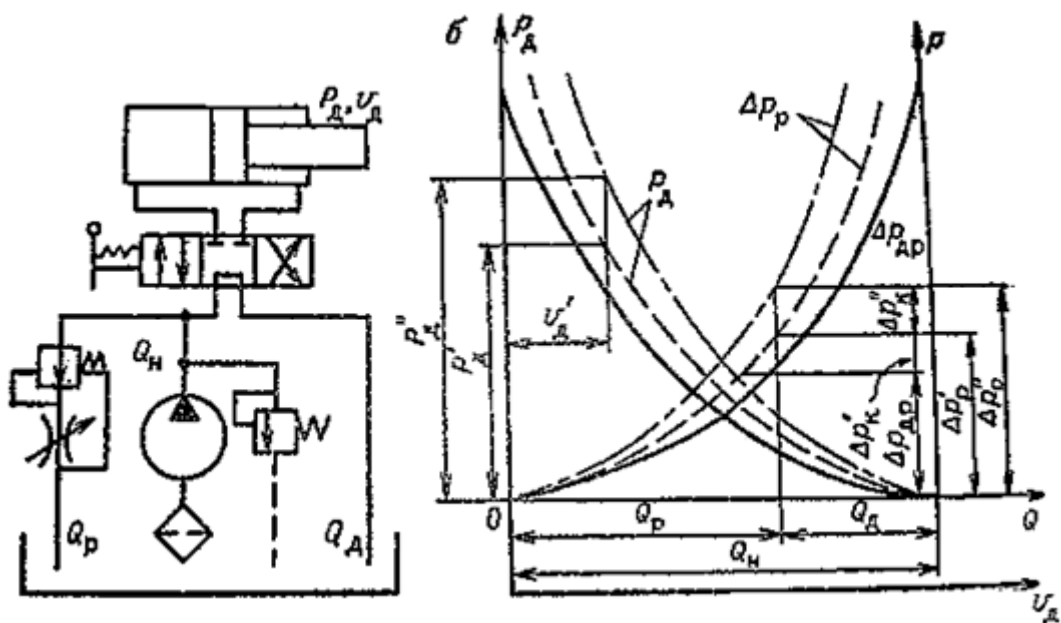


Рисунок 9.3 – Схема паралельного регулятора витрати і гідродвигуна (а) та їх характеристики (б)

Як і для схеми з дроселем, для цієї схеми справедливі рівняння (9.14) і (9.15), але замість  $Q_{др}$  і  $\Delta p_{др}$  в них слід підставити витрату через регулятор  $Q_p = Q_{др}$  і перепад тиску на регуляторі  $\Delta p_r$ . Але  $\Delta p_r = \Delta p_{др} + \Delta p_k$ , де  $\Delta p_k$  – перепад тиску на клапані різниці тисків регулятора.

При постійному опорі дроселя і змінному навантаженні  $p_d$  перепад тиску на регуляторі  $\Delta p_r$  змінюється тільки за рахунок  $\Delta p_k$ . Тому витрата через регулятор в цих умовах визначається тільки опором дроселя, що дозволяє при змінному  $P_d$  отримати постійну швидкість  $v'_d$  (рис. 9.3, б).

Подібні схеми регулювання широко застосовуються в гідроприводу гірничих машин (прохідницьких та нарізних комбайнів, бурових верстатів), однак внаслідок малих ККД гідроприводу (через витоки) вони використовуються при потужності гідродвигуна не більше 3 кВт.

### **Об'ємне регулювання**

Об'ємне регулювання здійснюється зміною робочого об'єму або насоса, або гідродвигуна, або того й іншого одночасно.

Розглянемо принципову схему гідроприводу, з об'ємним регулюванням (рис. 9.4, а). Так як система циркуляції рідини замкнута, а насос і гідромотор реверсивні, обидві гідролінії можуть бути і нагнітальною і всмоктувальною, тому в них встановлено два запобіжних клапана. Для підживлення гідропередачі робочою рідиною від допоміжного насоса (через всмоктувальну гідролінію) встановлені два зворотних клапана, які в сукупності утворюють логічний клапан «АБО». У нагнітальній гідролінії допоміжного насоса встановлений переливний клапан для захисту фільтра і підтримки постійного тиску підживлення за рахунок скидання зайвої рідини.

Дослідимо зміну основних технічних показників гідроприводу при регулюванні, причому для спрощення завдання обмежимося аналізом тільки їх теоретичних значень.

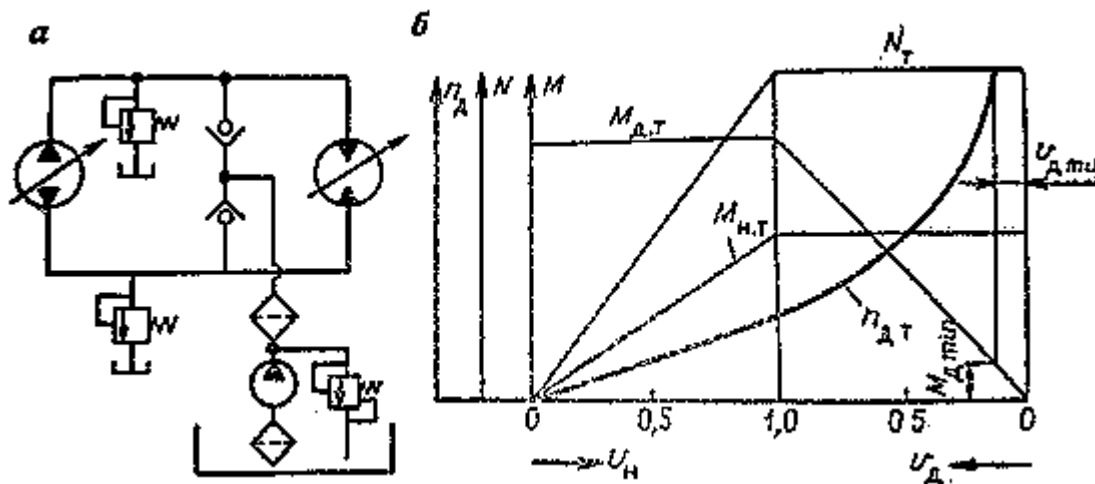


Рисунок 9.4 – Схема (а) та характеристики (б) гідроприводу з об'ємним регулюванням

Характеристики гідроприводу при регулюванні зручно виразити залежно від параметра регулювання  $U$ . Тоді  $q = U q_{\max}$ :

$$n_d = n_n U_n q_{n\max} / U_d q_{d\max}. \quad (9.18)$$

Як видно з (9.18), при зміні  $U_n$  насоса частота обертання ротора гідромотора змінюється за лінійним законом від нуля при  $U_n=0$  до максимуму при  $U_n=1$  (рис. 9.4, б). При зміні робочого об'єму гідромотора частота обертання його ротора змінюється від мінімальної при  $U_d=1$  (що відповідає максимуму при зміні  $q_n$  насоса) до нескінченності при  $U_d=0$  за гіперболічним законом.

Теоретичний момент на валу гідромотора:

$$M_{д.т} = p_d q_d / 2\pi = p_d U_d q_{d\max} / 2\pi. \quad (9.19)$$

При постійному тиску при зміні робочого об'єму насоса  $M_{д.т}$  залишається постійною величиною незалежно від швидкості обертання гідромотора (див. рис. 9.4, б). При зміні робочого об'єму гідромотора момент на його валу буде змінюватися пропорційно  $U_d$  за лінійним законом.

Теоретичний момент на валу насоса:

$$M_{н.т} = p_n q_n / 2\pi = p_n U_n q_{нmax} / 2\pi. \quad (9.20)$$

В тих же умовах він змінюється за лінійним законом при зміні  $U_n$  насоса і залишається постійним при регулюванні гідромотора (див. рис. 9.4, б).

Теоретична потужність насоса:

$$N_{н.т} = p_{н.т} n_n q_n = p_{н.т} n_n U_n q_{нmax}. \quad (9.21)$$

При відсутності втрат енергії в гідропередачі вона (теоретична потужність насоса) дорівнює теоретичній потужності гідромотора:

$$N_{д.т} = p_{д.т} n_d q_d = p_{д.т} n_d U_d q_{дmax}. \quad (9.22)$$

Отже, при зміні  $U_n$  потужність на валах машин змінюється прямо пропорційно зміні робочого об'єму насоса. При зміні  $U_d$  потужність не змінюється (див. рис. 9.4, б), так як  $N_{д.т} = N_{н.т} = \text{const}$ . При цьому  $U_d$  та  $n_d$  змінюються так, що  $n_n U_n q_{нmax} = n_d U_d q_{дmax} = \text{const}$  (див. рівняння (9.21) і (9.22)).

Отже, при регулюванні  $n_d$  за допомогою насоса і самого гідромотора теоретично можна змінювати частоту обертання валу від нуля до нескінченності. На практиці максимальна частота обертання вала гідромотора має межу, оскільки із зменшенням  $U_d$  зменшується і крутний момент  $M_d$ . Максимальна швидкість обертання зазвичай обмежена значенням  $U_{дmin} \approx 0,3$  (див. рис. 9.4, б), що відповідає мінімальному значенню моменту  $M_{дmin}$ .

При регулюванні і насоса, і гідромотора попередньо встановлюють мінімальну подачу насоса при мінімально допустимій частоті обертання вала гідромотора і максимальному моменті на його валу ( $U_d=1$ ). Для подальшого підвищення швидкості обертання ротора гідромотора збільшують подачу, а отже, і потужність насоса. Лише після досягнення

максимальної подачі насоса ( $U_n=1$ ) подальше збільшення швидкості відбувається за рахунок зменшення  $U_d$ . Таким чином, при спільному регулюванні швидкість обертання ротора гідромотора спочатку регулюють за рахунок зміни подачі насоса при  $M_{д.т}=\text{const}$ , а потім – за рахунок зміни робочого об'єму гідромотора при  $N_t=\text{const}$ .

У гірських машинах регулювання, зазвичай, здійснюється тільки за рахунок зміни робочого об'єму насоса.

Розглянемо дійсні характеристики гідроприводу при регулюванні подачі насоса  $Q_n$ . За відсутності витоків швидкість обертання вала гідромотора прямо пропорційна подачі насоса  $Q_n$  (див. рис. 9.5, а, штрихова лінія). З урахуванням витоків дійсна характеристика  $n_d=f(Q)$  проходить не через початок координат, а зміщена вправо на величину сумарних витоків у гідроприводі  $\Delta Q$ , так як  $n_d=(Q_{н.т}-\Delta Q)/q_d$ . Пряма  $n_d=f(Q)$  паралельна до теоретичної. Разом з тим, чим більший тиск у гідроприводі, тим більші витокі  $\Delta Q$ .

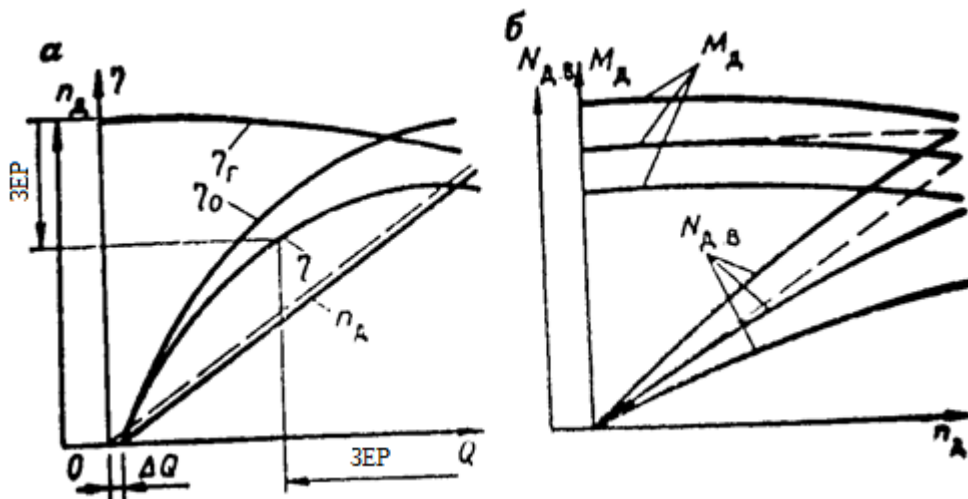


Рисунок 9.5 – Дійсні характеристики при об'ємному регулюванні

Внаслідок втрат тиску в гідропередачі  $\Delta p = p_{н.т} - p_{д.к} = f(Q)$ , момент на валу гідромотора  $M_d = p_d q_d \eta_{д.т} \eta_{д.м} / 2\pi$  зі збільшенням  $Q$  (або зі збільшенням  $n_d$ ) дещо зменшується (рис. 9.5, б). Через втрати енергії в гідропередачі



потужність на валу гідромотора  $N_{д.в}=p_d q_d \eta_d = \omega_d M_d$  (так само, як  $M_d$ ) зі збільшенням швидкості  $\omega_d$  зменшується.

При регулюванні об'ємний ККД гідроприводу:

$$\eta_o = (Q_{н.т} - \Delta Q) / Q_{н.т} = 1 - \Delta Q / Q_{н.т}. \quad (9.23)$$

При постійному моменті  $M_d$  ( $p_d = \text{const}$ ) постійні і витоку  $\Delta Q$ , тому залежність  $\eta_o = f(Q)$  визначається тільки витратою в гідропередачі. Але так як ця витрата, а отже, і витоки не можуть бути більші за подачу насоса, то (з рівняння (9.23))  $\eta_o = 0$  при  $Q_{н.т} = \Delta Q$  (див. рис. 9.5, а). Зі збільшенням  $Q$  (або  $n_d$ ) об'ємний ККД збільшується, а гідравлічний  $\eta_g$ , що залежить від втрат тиску в гідропередачі, – зменшується. При  $Q = 0$ ,  $\eta_g = 1$ . Повний ККД  $\eta = \eta_o \eta_g \eta_m$  практично визначається двома першими складовими.

Зона економічного регулювання ЗЕР (див. рис. 9.5, а) обмежується мінімальним значенням  $Q$ , а отже, і мінімальною частотою обертання вала гідромотора  $n_d$ .

При зміні моменту опору на валу гідромотора потужність  $N_{д.в}$  змінюється при дуже незначній зміні  $n_d = f(Q)$ , тобто крива  $M_d = f(n_d)$  переміщається паралельно самій собі в напрямку осі ординат, а  $N_{д.в} = f(n_d)$  утворює пучок кривих (рис. 9.5, б). Зі збільшенням моменту відбувається деяке зменшення ККД за рахунок збільшення витоків, і навпаки.

### Запитання для самоконтролю

1. Які переваги і недоліки кожної із схем циркуляції робочої рідини?
2. У чому принципова різниця між дросельним і об'ємним регулюванням?
3. Як можна збільшити швидкість обертання вала гідродвигуна?
4. Які переваги паралельного включення дроселя на послідовним при регулюванні гідроприводом?
5. Який спосіб регулювання найбільш енергоефективний?

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гейер В.Г. Гидравлика и гидропривод: учеб. для вузов / В.Г. Гейер, В.С. Дулин, А.Н. Заря. 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 1991. – 331 с.
2. Гідравліка, гідро- та пневмопривод: підручник / за ред. О.О. Федорця, О.Ф. Саленка. – 2-ге вид., переробл. і доповн. – К.: Знання, 2009. – 502 с.
3. Вакина В.В. Машиностроительная гидравлика / В.В. Вакина, И.Д. Денисенко, А.Л. Столяров. – К.: Вища шк., Головное издательство, 1987. – 208 с.
4. Альтшуль А.Д. Гидравлика и аэродинамика / А.Д. Альтшуль, П.Г. Киселев. – М.: Стройиздат, 1981. – 328 с.
5. Коваль П.В. Гидравлика и гидропривод горных машин / П.В. Коваль. – М.: Машиностроение, 1984. – 319 с.
6. Кіріс О.В. Гідромеханіка / О.В. Кіріс, В.В. Лісін. – Одеса: ОНМА, 2008. – 108 с.
7. George E. Totten. Handbook of Hydraulic Fluid Technology, Second Edition / George E. Totten, Victor J. De Negri. – CRC Press, 2011. – 982 p.